Physikalische Zeitschrift

Begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgegeben von

Prof. Dr. Dr. h.c. **P. Debye**

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

SIEBENUNDDREISSIGSTER JAHRGANG
1936

Mit 13 Tafeln

Verlag von S. Hirzel in Leipzig
1936

530.5
P5691
v.37
x

Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig.
Printed in Germany.

WITHDRAWN
from
OBERLIN COLLEGE
LIBRARY

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 1 — 1. Januar 1936. Redaktionsschluß für Nr. 3 am 14. Januar 1936. — 37. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

O. Schönrock und E. Einsporn, Lichtelektrische Halbschattenmethode zur Bestimmung der Rotationsdispersion. S. 1.

B. Groß, Zur Analyse der Ultrastrahlung. S. 12.

R. Gans, Zur molekularen Schwarmbildung in Flüssigkeiten. S. 19.

F. Löhle, Über den Wigandschen Sichthorizont. S. 22.

H. Klumb und Th. Haase, Ein Beitrag zur Messung niedriger Gasdrucke. S. 27.

W. Steubing, Ein statisches Hochspannungsvoltmeter von 0,5 bis 35 kV mit Zeigerablesung. S. 32.

G. Hoffmann, Über eine Neukonstruktion des Vakuumduantenelektrometers. I. S. 35.

B. Zipprich, Über eine Neukonstruktion des Vakuumduantenelektrometers. II. S. 36.

Zuschriften:

A. Scheibe und U. Adelsberger, Nachweis von Schwankungen der astronomischen Tageslänge mittels Quarzuhren. S. 38.

Bekanntmachung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt betreffend den Termin der Einführung der absoluten elektrischen Einheiten. S. 38.

Besprechungen:

A. Berr, Größenordnungen des Lebens. S. 39.

H. Gebelein, Turbulenz. Physikalische Statistik und Hydrodynamik. S. 39.

R. Rothe, Höhere Mathematik. Teil III. S. 40.

Nachrichten. S. 40.

Gesuche. S. 40.

ABHANDLUNGEN.

Lichtelektrische Halbschattenmethode zur Bestimmung der Rotationsdispersion.

Von O. Schönrock und E. Einsporn.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Einleitung.

Schon seit mehr als einem Jahrzehnt steht die Rotationsdispersion im Vordergrunde des allgemeinen und besonderen Interesses der Naturwissenschaft und der Wirtschaft und begehrt, in methodisch geeigneter, d. h. bequemer, sicherer und umfassender Weise zur Unterstützung, wenn nicht gar als Ersatz für die in der Handhabung oft umständliche und zeitfordernde nasse chemische Analyse herangezogen zu werden.

Da die mit abnehmender Wellenlänge stark zunehmende Drehung optisch aktiver Substanzen ihre Unterscheidung wesentlich fördert, da ferner die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Drehvermögen und Absorption eines Moleküls, im besonderen die Rotationsdispersion in der Nähe der bekanntlich meist im kurzwelligen Gebiet liegenden Absorptionsbanden der organischen Verbindungen im Brennpunkt des Interesses steht, so ergab sich für die Entwicklung einer Methode vor allem als Aufgabe, die Messung kleinster, d. h. also nach dem Halbschattenprinzip zu bestimmender Drehungen bis ins weiteste Ultraviolett hinein zu ermöglichen.

Im besonderen dürfte das große und wirtschaftlich wichtige Gebiet der Fette und Öle in der Zukunft sich der Anwendung einer solchen Methode erschließen lassen. Man könnte z. B. daran denken, mit ihrer Hilfe auf dem Spezialgebiete der ätherischen Öle ihre Charakterisierung und ihre Prüfung auf Reinheit zu erleichtern. Behördlicherseits ist den Margarinefabrikanten aufgegeben, ihren Erzeugnissen Sesamöl beizumengen. Da dieses eine merkliche spezifische Drehung besitzt, wäre der Nahrungsmittelchemiker in der Lage, mit Margarine verfälschte Butter ohne viel Umstände nachzuweisen. Es wäre eine Methode gewünschter Leistungsfähigkeit nicht zu teuer erkauft, wenn sich die Vermutung bestätigen sollte, daß die so außerordentlich wichtigen Vitaminarten, deren führende Bearbeitung in Göttingen erfolgt, als Derivate der optisch aktiven Cholesterine diesen ähnliche physikalische Eigenschaft besäßen, und wenn dadurch die überaus schwierige Forschung der Trennung aus Verbindungen mittels einer Methode der Bestimmung kleinster Drehungen eine wesentliche Förderung erfahren würde.

Die von Voigt[1]) begründete photographische Halbschattenmethode blieb lange Zeit trotz der Unbequemlichkeit in der Handhabung, trotz des ungünstigen Einflusses der ungleichmäßigen Empfindlichkeit der Plattenschicht auf die

1) St. Landau, Physik. Zeitschr. **9**, 417, 1908.

Genauigkeit der Messung kleiner Drehungen oder ihrer Differenzen die Herrscherin, selbst noch, als mit dem Aufkommen der lichtelektrischen Zelle in deren günstigen Eigenschaften, wie Trägheitslosigkeit und weit ins Ultraviolett reichender Empfindlichkeit, ein Weg für eine neue Möglichkeit der Anwendung in der Polarimetrie erkannt und auch beschritten wurde. Denn neben diesen erforderlichen Grundbedingungen weist die Photozelle auch ihre Anwendung hindernde Eigenschaften auf, von denen die unliebsamsten die verschiedene Empfindlichkeit der aktiven Schicht nicht nur von Zellen gleicher Herkunft untereinander, sondern auch örtlich innerhalb der einzelnen Zelle selbst und ferner die meist ungenügende Proportionalität zwischen Lichtmenge und Photostrom sind, denen nur durch strenge Aufrechterhaltung des geometrischen Strahlenganges bei den in polarimetrischen Anordnungen immer auftretenden Rotationen optischer Mittel und durch Abbildung des Lichtfleckes auf der gleichen Stelle der empfindlichen Zellenschicht zu begegnen ist.

Auf eine kritische Betrachtung der bis zum Jahre 1930 entwickelten Reihe lichtelektrischer Meßmethoden glauben wir durch den Hinweis auf den zusammenhängenden Bericht von Kortüm[1]) im allgemeinen verzichten zu dürfen, der die Methoden nach Empfindlichkeit und Anwendung hin bespricht, müssen im besonderen jedoch die Pioniere auf diesem Gebiete von Halban und Siedentopf[2]) erwähnen, die als deutsche Chemiker die erste lichtelektrische Methode schufen. Sie wurde von Mayrhofer[3]) und später von Ebert und Kortüm[4]) weiter entwickelt, konnte aber infolge der Verwendung zweier Zellen in Gegenschaltung nach dem Substitutionsprinzip gegenüber einer Halbschatten-Meßanordnung bei Benutzung einer einzigen Zelle nicht das Erreichbarste darstellen. Dieses Ziel wurde erst in den letzten Jahren durch Bruhat[5]) und seine Mitarbeiter angestrebt.

Die hier zu beschreibende Methode arbeitet nach dem Halbschattenprinzip, benutzt eine einzige lichtelektrische Zelle und ist frei von jeder störenden optischen Substitution. Die Entwicklung der Methode, die durch unsere amtliche Prüftätigkeit zeitlich stark gehindert wurde, begann bereits 1930 vor der Veröffentlichung der Bruhatschen Arbeit und wurde durch die Unterstützung mit optischen und mechanischen Apparaten von der Firma Franz Schmidt & Haensch (Berlin) in dankenswerter Weise ermöglicht[1]). Dieser Firma glaubten wir es daher schuldig zu sein, das Verfahren durch Anmeldung beim Reichspatentamt schützen zu lassen.

Da es sich, wie schon erwähnt, um die Messung kleinster Lichtänderungen handelt, so ist, wenn man die subtile Anwendung von Elektrometern vermeiden will, eine Verstärkung des photoelektrischen Stromes unerläßlich.

I. Aufbau der optischen Anordnung.

Als geeignete, d. h. gut konstant brennende Lichtquellen kommen für das sichtbare Gebiet die gasgefüllte Wolfram-Wendel-Glühlampe (Azo-Lampe) von 6,7 Amp. Stromstärke und 9 Volt Spannung in Frage, für das kurzwellige Gebiet ihre Ausführung mit Quarzfenster, wie sie von Gehlhoff[2]) angegeben wurde, und ferner der starke Linien im Ultraviolett aussendende Quecksilberbogen in der von dem Jenaer Glaswerk Schott & Gen. hergestellten Form[3]) für Gleichstrom und 110 Volt. Um die Konstanz der Lichtstärke zu gewährleisten, ist an Stelle von Ortsnetzanschluß ein solcher an Akkumulatorenbatterien genügend großer Kapazität Hauptbedingung. An Widerständen ist möglichst nur ein fester in Reihe mit einem kleinen variablen zu benutzen.

Die Lichtquelle L (Abb. 1) wird durch eine Quarzlinse M passender Öffnung auf dem Eintrittsspalt Sp_1 des Doppelmonochromators N der Firma Leiss[4]) abgebildet, der auf die gewählte Wellenlänge mittels einer geeichten Trommel Tr für die gleichzeitige Drehung der beiden dispergierenden Prismen und mittels eines geeichten Steuerrades St für die Verschiebung der Quarzlinsen eingestellt wird. Die bei Monochromatoren mit Prismen mehr oder weniger vorhandene

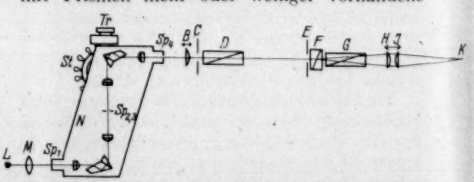

Abb. 1. Doppelmonochromator und Polarisationsapparat.

1) G. Kortüm, Physik. Zeitschr. **31**, 641, 1930.
2) H. v. Halban u. K. Siedentopf, Zeitschr. f. phys. Chem. **100**, 208, 1922.
3) K. Mayrhofer, Diss. Würzburg, 1924.
4) L. Ebert u. G. Kortüm, Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **13**, 105, 1931.
5) G. Bruhat u. P. Chatelain, Journ. de phys. **3**, 501, 1932; G. Bruhat u. A. Guinier, ebenda **4**, 691, 1933.

1) Siehe Tätigkeitsbericht der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Zeitschr. f. Instr. **51**, 295, 1931; **52**, 216, 1932; **53**, 305, 1933; Physik. Zeitschr. **35**, 245, 1934; **36**, 262, 1935.
2) G. Gehlhoff, Zeitschr. f. techn. Phys. **1**, 224, 1920.
3) W. Harries u. A. v. Hippel, Physik. Zeitschr. **33**, 81, 1932.
4) Carl Leiss, Zeitschr. f. Phys. **69**, 678, 1931.

Lichtpolarisation in dem Ausmaße ihres Einflusses auf die Messung gerade bei polarimetrischen Arbeiten festzustellen, ist wichtig. Die im Sichtbaren schon merkliche Eigenpolarisation des benutzten Doppelmonochromators bleibt unter 34 Proz. Wie später im Zusammenhang noch abgeleitet werden wird, bleiben die Messungen für diesen Wert und unter Beachtung gewisser Regeln unbeeinflußt. Eine zweite Quarzlinse B, je nach der gewählten Wellenlänge in die zugehörige Brennweite vom Austrittsspalt Sp_4 aus einstellbar, schickt so telezentrisches Licht durch die eigentliche Polarisationseinrichtung, eine Lochblende C, den Polarisator D, eine zweite kreisrunde Blende E in das unmittelbar dahinter befindliche Wollaston-Prisma F, dessen Schnittfläche dann zwei senkrecht zueinander polarisierte, nur um Bruchteile eines Grades gegeneinander geneigte und zur Sehachse symmetrisch verlaufende Strahlen durch den Analysator G in ein System zweier Quarzlinsen H und I von gleicher Brennweite sendet, die mittels eines nach Wellenlängen geeichten Schneckentriebes gleichzeitig einander genähert bzw. voneinander entfernt werden können. Dadurch ist erreicht, daß die Auftreffstelle des telezentrischen kreisrunden Strahlenbündels am Wollaston-Schnitt in gleicher Größe auf der lichtempfindlichen Schicht der fest stehenbleibenden Zelle für jede mit dem Triebe einzustellende Wellenlänge an derselben Stelle K abgebildet wird.

Da zur Zeit des Beginns der Entwicklung unserer Anordnung ein ultraviolett gut durchlässiger und haltbarer Kitt nicht lieferbar war (Prismen mit Luftschicht zu benutzen, empfiehlt sich wegen der an ihr auftretenden Reflexionen nicht), wurde die polarisierende Optik aus aneinandergesprengten Quarzprismen hergestellt, und zwar sind D und G Rochon-Prismen, die passend berechnet wurden. Durch die so bedingte Wahl des Quarzes als Polarisationsmaterials und wegen der viel schwächeren Divergenz der beiden Strahlen im Rochon-Prisma aus Quarz gegenüber der in einem Kalkspatprisma wird der Aufbau erheblich verlängert. Die Firma Franz Schmidt & Haensch wird deshalb die Polarisationsprismen jetzt zunächst in Kalkspat ausführen, da inzwischen ein Kitt[1]) verlangter Eigenschaften gefunden wurde.

Von den 3 Teilen der Polarisationsoptik ist nur das leicht aus dem Strahlengang wegklappbare Wollaston-Prisma feststehend. Der Polarisator D ist durch eine Friktion, die an der mit einer auf 0,01° ablesbaren Teilung versehenen Fläche angreift, grob und fein verstellbar, während der Analysator G um seine Längsachse in einem Kugellagerkranz leicht entweder ständig rotieren kann oder aber sich zwischen zwei festen Anschlägen von wahlfreiem, auf 0,1° einstellbarem Abstand drehen läßt. Die letztere Bewegung des Analysators erfolgt von Hand, die erstere durch einen für diese Leistung vollauf ausreichenden Wechselstrom-Induktionsmotor der Firma Saja von 100 Umdrehungen pro Minute nebst abgestufter Schnurscheibe. Die ihm eigene Konstanz der Umlaufzahl und der kollektorlose Bau lassen diesen Motor für den vorliegenden Zweck besonders geeignet erscheinen. Im Falle der Verwendung eines kleinen Gleichstrommotors ist er in die von Barkhausen[1]) angegebene Schaltung umzusetzen, um auch bei langsamsten Umdrehungen gute Frequenzkonstanz zu erzielen, und es ist die den Kollektorfunken enteilende Sendeenergie durch geerdete Abschirmung vom Verstärker fernzuhalten.

Die beiden schwach divergierenden Strahlenbündel, in die das telezentrische Lichtbündel durch das Wollaston-Prisma F zerlegt wird, können infolge ihrer verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in F an der Stelle K Interferenzen erzeugen, über deren Einfluß auf die Messungen weiter unten im Zusammenhang zu lesen ist.

1) Die Kittung ausführende Firma ist B. Halle Nachf., Berlin-Steglitz.

II. Ausführung und Theorie der Messungen.

a) Anordnung ohne Wollaston-Prisma.

Der Analysator werde in seiner Drehung durch die beiden Anschläge auf den Betrag des spitzen Winkels 2α beschränkt (Abb. 2). Dann dreht sich dabei der Lichtvektor des Analysators auch um den Winkel 2α aus der Lage OA_1 in die Lage OA_2, und es ist auf eine einfache, gleich zu beschreibende Weise erreichbar, den Polarisator so zu stellen, daß sein Lichtvektor den Winkel 2α halbiert, d. h. die Bezugslage OP_0 einnimmt. Ihr entspreche am Polarisator-Teilkreise die Ablesung ω_0. Ein zwischen den Polarisator und den Analysator gebrachter optisch aktiver Körper dreht den Lichtvektor des Polarisators für das eingestellte monochromatische Licht um einen gewissen Betrag. Eine neuerliche Bestimmung der Bezugslage OP_0 macht eine Drehung des Polarisators von gleichem Betrage, aber in umgekehrter Richtung nötig. Bezeichnet man mit ω_m die Ablesung am Polarisator-Teilkreise in der Bezugslage des Polarisators bei eingefügter aktiver Substanz, so ist $|\omega_0 - \omega_m|$ der Wert ihrer absoluten Drehung.

Der Lichtvektor des Polarisators befindet sich in der Bezugslage OP_0, sobald seine vom

1) H. Barkhausen, Physik. Zeitschr. **13**, 1131, 1912.

Analysator hindurchgelassenen Komponenten in den Analysator-Grenzlagen OA_1 bzw. OA_2 gleich sind, d. h. wenn in K (Abb. 1) für beide

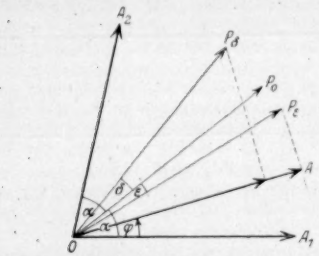

Abb. 2. Lagen der Schwingungsebenen von Polarisator und Analysator.

Grenzstellungen die gleiche Lichtintensität gemessen wird. Meßtechnisch geeigneter ist es, für zwei die Bezugslage eng genug einschließende Lichtvektorlagen des Polarisators, für OP_δ und OP_ε vom Azimut δ bzw. ε (Abb. 2), je die geringe Intensitätsänderung zu bestimmen, die sich ergibt, wenn der Analysator aus der Lage A_1 in die Stellung A_2 gedreht wird. Aus diesen beiden Intensitätsänderungen unter Beachtung der Vorzeichen wird dann durch eine einfache Verhältnisrechnung die Bezugslage OP_0 bestimmt.

Entläßt der Polarisator die Intensität 1, so ist die Intensitätsänderung im Falle OP_δ

$$\begin{aligned} \Delta_1 I_\delta &= I_{\delta,\,\varphi=2\alpha} - I_{\delta,\,\varphi=0} \\ &= \cos^2(\alpha-\delta) - \cos^2(\alpha+\delta) \\ &= +\sin 2\alpha \sin 2\delta\,. \end{aligned}$$

Ähnliche Gleichungen gelten auch für die anderen 3 Sektoren, welche von den Schwingungsebenen OA_1 und OA_2 des Analysators eingeschlossen werden, entsprechend den 4 aufeinander senkrechten Bezugslagen OP_0; man hat nur α der Reihe nach durch $90°+\alpha$, $180°+\alpha$, $270°+\alpha$ zu ersetzen. So ergibt sich allgemein

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 I_\delta &= -\Delta_2 I_\delta = \Delta_3 I_\delta = -\Delta_4 I_\delta \\ &= +\sin 2\alpha \sin 2\delta\,. \end{aligned}\right| \quad (1\,a)$$

Entsprechend gilt im Falle OP_ε, wenn

$$\Delta_1 I_\varepsilon = I_{\varepsilon,\,\varphi=2\alpha} - I_{\varepsilon,\,\varphi=0}$$

gesetzt wird,

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 I_\varepsilon &= -\Delta_2 I_\varepsilon = \Delta_3 I_\varepsilon = -\Delta_4 I_\varepsilon \\ &= -\sin 2\alpha \sin 2\varepsilon\,. \end{aligned}\right| \quad (1\,b)$$

Aus diesen Gleichungen folgt: 1. die größten absoluten Beträge für ΔI_δ und ΔI_ε erhält man bei $2\alpha = 90°$; 2. für $\delta = \varepsilon$ sind diese Beträge ΔI in jedem der 4 Sektoren entgegengesetzt gleich; 3. die ΔI_δ- bzw. ΔI_ε-Beträge sind im 1. und 3. bzw. 2. und 4. Sektor gleichsinnig.

Für die Anwendung ergibt sich aus diesen Folgerungen: 1. Die Anschläge für den Analysator sind so anzubringen, daß er eine Drehung von $2\alpha = 90°$ ausführt. Dann gilt

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 I_\delta &= -\Delta_2 I_\delta = \Delta_3 I_\delta = -\Delta_4 I_\delta = +\sin 2\delta\,, \\ \Delta_1 I_\varepsilon &= -\Delta_2 I_\varepsilon = \Delta_3 I_\varepsilon = -\Delta_4 I_\varepsilon = -\sin 2\varepsilon\,. \end{aligned}\right| \quad (2)$$

2. Man wird zur Bestimmung der Drehung eines optisch aktiven Körpers nicht bloß die Bezugslage OP_0 im ersten Quadranten heranziehen, sondern den Umstand, weitere Bezugslagen in den übrigen 3 Quadranten zu besitzen, zur Eliminierung von Teilkreisfehlern und von etwaigen Einflüssen durch störende Reflexionen ausnutzen.

Für die quantitative Bestimmung der Bezugslage setzen wir die weiter unten experimentell bestätigte Proportionalität zwischen den kleinen Lichtänderungen ΔI_δ bzw. ΔI_ε und den zugehörigen kleinen Photostromänderungen Δj_δ bzw. Δj_ε voraus. Wir können daher von der Beziehung ausgehen

$$\Delta I_\delta = c \cdot \Delta j_\delta \text{ bzw. } \Delta I_\varepsilon = c \cdot \Delta j_\varepsilon\,.$$

Den Lagen OP_δ und OP_ε entsprechen am Polarisator-Teilkreise die beobachteten Ablesungen ω_δ und ω_ε, so daß $\delta+\varepsilon = \omega_\delta - \omega_\varepsilon$ ist; aus den Größen $\delta+\varepsilon$, Δj_δ und Δj_ε ist dann ω_0 abzuleiten. Nach Gleichung (1b) ist ΔI_ε für kleine Werte von ε sehr angenähert proportional ε, demnach wird entsprechend angenähert $\varepsilon_a = \omega_0 - \omega_\varepsilon$ sich zu ΔI_ε verhalten wie $\delta+\varepsilon$ zu $\Delta I_\varepsilon - \Delta I_\delta$, woraus folgt

$$\left.\begin{aligned} \omega_0 = \omega_\varepsilon + \varepsilon_a &= \omega_\varepsilon - \frac{(\delta+\varepsilon)\Delta I_\varepsilon}{\Delta I_\delta - \Delta I_\varepsilon} \\ &= \omega_\varepsilon - \frac{(\delta+\varepsilon)\Delta j_\varepsilon}{\Delta j_\delta - \Delta j_\varepsilon}\,. \end{aligned}\right| \quad (3)$$

Wird

$$\iota = \frac{\Delta j_\varepsilon}{\Delta j_\delta - \Delta j_\varepsilon}$$

gesetzt, so ist also angenähert

$$\omega_0 = \omega_\varepsilon + \varepsilon_a = \omega_\varepsilon - \iota(\delta+\varepsilon)\,,$$

dagegen genau $\omega_0 = \omega_\varepsilon + \varepsilon$, wobei ε nach der Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\varepsilon = \frac{-\iota \sin 2(\delta+\varepsilon)}{1 + 2\iota \sin^2(\delta+\varepsilon)} \quad (4)$$

berechnet werden kann.

Der Fehler $\Delta\omega_0$ im angenäherten Werte ω_0 ist mithin unter Benutzung der Gleichungen (1)

$$\Delta\omega_0 = \varepsilon_a - \varepsilon = \frac{(\delta+\varepsilon)\sin 2\varepsilon}{\sin 2\delta + \sin 2\varepsilon} - \varepsilon,$$

wird gleich Null für $\delta = \varepsilon$ oder $\delta = 0$ oder $\varepsilon = 0$ und erreicht bei gegebenem $\delta + \varepsilon$ sein Maximum für denjenigen Wert von δ bzw. ε, der sich aus der Gleichung

$$\cos(\delta - \varepsilon) = \cos(\varepsilon - \delta) = \sqrt{(\delta+\varepsilon)\operatorname{ctg}(\delta+\varepsilon)}$$

errechnet. So ergibt sich z. B.

$$\delta + \varepsilon = 4^\circ, \quad \Delta_{\max}\omega_0 = \pm 0{,}0013^\circ \text{ für}$$
$$\varepsilon = 0{,}8448^\circ \text{ bzw. } 3{,}1552^\circ,$$
$$\delta + \varepsilon = 8^\circ, \quad \Delta_{\max}\omega_0 = \pm 0{,}010^\circ \text{ für}$$
$$\varepsilon = 1{,}683^\circ \text{ bzw. } 6{,}317^\circ.$$

Bei dieser lichtelektrischen Halbschattenmethode wird der Polarisator so eingestellt, daß die beiden Felder vom Halbschatten 2α nacheinander die gleiche Helligkeit aufweisen. Okulare Beobachtungen können daher nach dieser Methode nicht vorgenommen werden, weil sie notwendig die beiden zu vergleichenden Felder gleichzeitig nebeneinander bzw. in genügend schnellem Wechsel nacheinander (Flimmern) verlangen.

b) Anordnung mit Wollaston-Prisma.

An Stelle des Wollaston-Prismas denke man sich zunächst eine Vorrichtung, die vom einfallenden polarisierten Licht zwei Strahlenbündel mit den Schwingungsrichtungen OA_1 (Abb. 3)

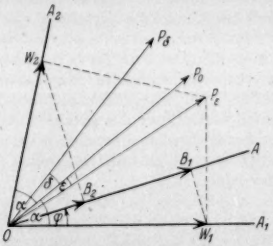

Abb. 3. Lagen der Schwingungsebenen von Polarisator, Analysator und Wollaston-Prisma ($2\alpha = 90^\circ$).

und OA_2 hindurchläßt, welche miteinander den Halbschatten 2α einschließen. Dann läßt der Analysator in der beliebigen Lage OA vom Azimut φ für die aus der Bezugslage OP_0 vom Azimut α um die Winkel δ bzw. ε herausgedrehten Stellungen des Polarisators die Lichtmengen

$$I_\delta = \cos^2(\alpha+\delta)\cos^2\varphi + \cos^2(\alpha-\delta)\cos^2(2\alpha-\varphi)$$

bzw.

$$I_\varepsilon = \cos^2(\alpha-\varepsilon)\cos^2\varphi + \cos^2(\alpha+\varepsilon)\cos^2(2\alpha-\varphi)$$

hindurch. Denn es ist z. B.

$$I_\varepsilon = (OB_1)^2 + (OB_2)^2$$
$$= (OW_1)^2\cos^2\varphi + (OW_2)^2\cos^2(2\alpha-\varphi).$$

Ähnlich wie früher ist die Intensitätsänderung im Falle OP_δ, wenn der Analysator aus der Anfangslage OA_1 mit $\varphi = 0$ in die Endlage OA_2 mit $\varphi = 2\alpha$ gedreht wird,

$$\Delta_1 I_\delta = I_{\delta,\varphi=2\alpha} - I_{\delta,\varphi=0}$$
$$= \cos^2(\alpha+\delta)\cos^2 2\alpha + \cos^2(\alpha-\delta)$$
$$- \cos^2(\alpha+\delta) - \cos^2(\alpha-\delta)\cos^2 2\alpha$$
$$= \sin^3 2\alpha \sin 2\delta,$$

so daß sich allgemein ergibt

$$\Delta_1 I_\delta = -\Delta_2 I_\delta = \Delta_3 I_\delta = -\Delta_4 I_\delta$$
$$= +\sin^3 2\alpha \sin 2\delta,$$
$$\Delta_1 I_\varepsilon = -\Delta_2 I_\varepsilon = \Delta_3 I_\varepsilon = -\Delta_4 I_\varepsilon$$
$$= -\sin^3 2\alpha \sin 2\varepsilon.$$

Wie vorher kann mithin die Bezugslage ω_0 entsprechend Gleichung (3) ermittelt werden.

Wiederum erreichen ΔI_δ und ΔI_ε ihre größten absoluten Beträge für $2\alpha = 90^\circ$, womit die Einstellungen am empfindlichsten werden. Dieser Fall tritt nun aber gerade ein, wenn man vor dem Analysator ein Wollaston-Prisma einschaltet, das ja das auffallende Licht in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlenbündel zerlegt und gleichsam wie mit einem Halbschatten von 90° wirkt.

Besonders bemerkenswert ist der Umstand, daß für $\delta = 0$, also wenn sich der Polarisator in seiner Bezugslage OP_0 befindet,

$$I_{\delta=0} = \cos^2\alpha\left\{\cos^2\varphi + \cos^2(2\alpha-\varphi)\right\}$$

wird; im Falle des Wollaston-Prismas ist $\alpha = 45^\circ$ und folglich konstant $I_{\delta=0} = \frac{1}{2}$. Dabei ist wie stets von der Reflexion und Absorption der Polarisationsprismen abgesehen worden, weil dies die Einstellungen unbeeinflußt läßt. Daß $I_{\delta=0}$ konstant bleibt, ergibt sich auch so:

$$\frac{dI_{\delta=0}}{d\varphi} = 2\cos 2\alpha \cos^2\alpha \sin(2\alpha - 2\varphi)$$

wird gleich Null für $\alpha = 45^\circ$. Bei Benutzung des Wollaston-Prismas bleibt mithin die aus dem Analysator tretende Lichtintensität ungeändert.

Dadurch werden auch die Beobachtungen gegenüber dem Arbeiten ohne Wollaston-Prisma in dem Falle sehr erleichtert, daß man die Bezugslage ω_0 mittels kleiner Werte von $\delta + \varepsilon$ recht genau bestimmen will.

Bei Benutzung des Wollaston-Prismas kann daher, was von großer Wichtigkeit ist, das Verfahren so geleitet werden, daß man bei vollständigem und dauerndem Rotieren des Analysators um seine Längsachse die Bezugslage ω_0 des Polarisators als diejenige der gleichbleibenden Lichtintensität aufsucht, d. h. auf Verschwinden des Flimmerns einstellt. Diesem visuellen Kriterium entspricht bei Verwendung der Photozelle das Einstellen des Polarisators auf schwankungslosen Photostrom.

III. Einfluß der durch das Wollaston-Prisma erzeugten Interferenzen auf die Messung.

Bei recht genauer Bestimmung der Bezugslage ω_0 des Polarisators mittels kleiner Werte von $\delta + \varepsilon$ ist es nicht ratsam, stark von der Vorschrift abzuweichen, die Richtung $\varphi = 0$ als Ausgangslage der 90°-Drehung des Analysators zu wählen, und zwar aus zwei Gründen. Erstens würde die Empfindlichkeit der Einstellungen abnehmen, denn aus der Gleichung

$$I_\delta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi \sin 2\delta)$$

folgt für die beliebigen Grenzlagen φ' und $\varphi' + 90°$ des Analysators

$$\Delta_1 I_\delta = I_{\delta,\,\varphi=\varphi'+90°} - I_{\delta,\,\varphi=\varphi'} = \cos 2\varphi' \sin 2\delta\,,$$

eine Größe, die von ihrem Maximalwert $\sin 2\delta$ für $\varphi' = 0$ bis auf Null für $\varphi' = 45°$ abnimmt.

Zweitens macht sich bei kleinem brechendem Winkel des Wollaston-Prismas, wie man ihn aus praktischen Gründen zu wählen hat, mit von 0° auf 45° wachsendem φ' in zunehmendem Maße eine Interferenzerscheinung bemerkbar. Während bei von Null verschiedenem φ' der Analysator in den Grenzlagen von beiden Strahlenbündeln des Wollaston-Prismas Anteile hindurchläßt, die dann in K (Abb. 1) mehr oder weniger scharfe Interferenzlinien senkrecht zur Papierebene entstehen lassen, fehlen diese Interferenzen völlig im Falle der Wahl von $\varphi = 0$ bzw. 90° als Grenzlagen des Analysators, da in diesen immer nur das eine der beiden Wollaston-Strahlenbündel vom Analysator durchgelassen wird.

Im Falle auftretender Interferenz (das von uns berechnete Wollaston-Prisma liefert bei der Wellenlänge $\lambda = 589\ m\mu$ etwa 30 Linien) tauschen in den beiden Grenzlagen φ' und $\varphi' + 90°$ des Analysators die dunklen und hellen Linien ihre Plätze (Komplementärerscheinung). Zwar bleibt für $\delta = 0$ die gesamte Lichtintensität in beiden Fällen merklich die gleiche, nämlich gleich derjenigen ohne Interferenzerscheinung bei $\varphi = 0$, aber es ändert sich mit der Verschiebung der hellen Linien auch der Ort auf der aktiven Zellenschicht und damit wegen ihrer örtlich verschiedenen Empfindlichkeit möglicherweise diese selbst. Da aber die Lage der Linien, sei es ohne optisch aktive oder mit optisch aktiver Substanz zwischen Polarisator und Wollaston-Prisma, auf der Zellenschicht für die einzelne Grenzlage des Analysators ungeändert bleibt, wird trotz von 45° vielleicht etwas abweichender Bezugslage des Polarisators der Drehungswinkel des Stoffs richtig gemessen werden. Ihre geringe Abweichung von 45° wird mit abnehmender Wellenlänge immer kleiner werden wegen der zunehmenden Zahl der Interferenzstreifen.

IV. Einfluß der Eigenpolarisation des Doppelmonochromators auf die Messung.

a) Bestimmung der Eigenpolarisation.

Jeder mit dispergierenden Prismen ausgerüstete Monochromator entläßt teilweise polarisiertes Licht. Und zwar ist es teilweise linear polarisiert und schwingt im Falle von Glasoptik senkrecht zur Längsrichtung des Austrittsspalts, was sich mit einem drehbaren Analysator und einer Viertelwellen-Glimmerplatte prüfen läßt.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn Quarz als optisches Material im Doppelmonochromator verwendet wird. Unser mit Straubelschen Quarzprismen versehenes Instrument besitzt vier sphärisch gut korrigierte Objektive, die aus je einer amorphen und einer senkrecht zur optischen Achse geschliffenen kristallinischen Quarzlinse bestehen. Infolge der verschiedenen Zonendicken der letzteren erfolgt eine gleichsam fächerförmige Verteilung der Drehung des polarisierten Lichts von gleicher Wellenlänge, so daß teilweise elliptisch polarisiertes Licht austreten wird. Ersetzt man das vierte, auf den Austrittsspalt Sp_4 (Abb. 1) abbildende Quarzobjektiv durch ein solches aus Glas, so erweist sich das austretende Licht wieder als teilweise ziemlich geradlinig senkrecht zur Längsrichtung des Spalts schwingend. Wird daher als vierte Linse wieder das Quarzobjektiv eingesetzt, dessen kristallinische Teillinse positiv drehend ist, so erfährt dieser polarisierte Lichtanteil eine entsprechende Drehung, wobei er nur verhältnismäßig schwach elliptisch wird. Mittels eines analysierenden Nicols wurde diese Drehung z. B. für Na-Licht

(Natriumkleinlampe[1]) der Osram-Gesellschaft) zu $67° \pm 2°$ gemessen, einem Werte, der sich auch im gleichen Betrage aus der Dicke der kristallinischen Teillinse im Mittel errechnet.

Was nun die Stärke des polarisierten Lichtanteils betrifft, so wurde sie unter Zwischenschaltung eines drehbaren guten Glan-Thompsonschen Analysators mittels eines Brodhunschen Photometers mit rotierenden Prismen[2]) gemessen. Nachdem festgestellt war, daß der Analysator für Natriumlicht von 100 Proz. auffallendem natürlichem Licht nahe 45 Proz. linear polarisiertes entläßt, ergaben die Messungen sowohl für die Glasoptik als auch für die Quarzoptik des Doppelmonochromators, daß sich das austretende Licht ziemlich übereinstimmend aus 69 Proz. natürlichem und 31 Proz. angenähert geradlinig polarisiertem zusammensetzt.

Es ist leicht einzusehen, daß diese Eigenpolarisation keinerlei Fehler in dem zu messenden Drehungswinkel verursachen kann, wenn bei dauernder Rotation des Analysators der Polarisator auf die Bezugslagen eingestellt wird. Anders verhält es sich aber, sobald man die Bezugslage des Polarisators mit Hilfe seiner Drehung um $\delta + \varepsilon$ bestimmt.

b) Berücksichtigung der Eigenpolarisation.

Um die Fehler $\Delta\beta$, die bei der Bestimmung eines Drehungswinkels $\beta = |\omega_0 - \omega_m|$ durch die Eigenpolarisation verursacht werden, der Größenordnung nach kennenzulernen, genügt es, den die Rechnungen vereinfachenden Fall anzunehmen, daß man $\delta = \varepsilon$ mache, eine Bedingung, die sich praktisch bei der Ermittlung sowohl von ω_0 als auch von ω_m hinreichend genau erfüllen läßt. Die Drehung $\delta + \varepsilon$ des Polarisators in Gleichung (3) betrage also 2ε. In der der Abb. 3 entsprechenden Abb. 4 bezeichnet M die Schwingungsrichtung des polarisierten Lichtanteils p (der des natürlichen Lichts gleich $1 - p$) vom Monochromator, welche mit W_1 den Winkel ψ einschließe. Würde für die Einstellungen ω_0 und ω_m die Bezugslage P_0 des auf das Wollaston-Prisma fallenden Lichtes genau die gleiche bleiben, so wäre $\Delta\beta = 0$; das ist aber wegen der Größe p im allgemeinen nicht der Fall. Beachtet man, daß jetzt auf den Polarisator die Intensität 1, aus den Anteilen p und $1 - p$ bestehend,

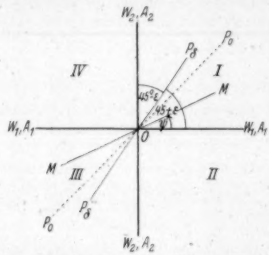

Abb. 4. Lagen der Schwingungsrichtungen, M die des polarisierten Anteils vom Monochromator.

fällt und es gestattet ist, alle Lichtverluste im Polarisator, Wollaston-Prisma, Analysator bzw. aktiven Stoff durch Reflexion und Absorption zu einem Proportionalitätsfaktor C bzw. C' zusammenzufassen, so läßt sich unschwer errechnen, daß für die Ermittlung von ω_0 die Intensitätsänderung, welche sich bei der Drehung des Analysators aus Lage A_1 in Lage A_2 ergibt, im Falle P_δ ist

$$A_1 I_\delta = + C\left[1 + p\sin(2\psi - 2\varepsilon)\right]\sin 2\varepsilon$$

und im Falle P_ε

$$A_1 I_\varepsilon = - C\left[1 + p\sin(2\psi + 2\varepsilon)\right]\sin 2\varepsilon.$$

Hieraus folgt nach Gleichung (3)

$$\omega_0 = \omega_\varepsilon + \varepsilon\,\frac{1 + p\sin(2\psi + 2\varepsilon)}{1 + p\sin 2\psi\cos 2\varepsilon}.$$

Betreffs Ermittlung von ω_m hat man den Winkel $P_\delta O W_1 = 45° + \varepsilon - \psi$ durch $45° + \varepsilon - \psi + \beta$ zu ersetzen und erhält dann entsprechend

$$\omega_m = \omega_\varepsilon - \beta + \varepsilon\,\frac{1 + p\sin(2\psi - 2\beta + 2\varepsilon)}{1 + p\sin(2\psi - 2\beta)\cos 2\varepsilon}.$$

Der durch die Gleichung $\omega_0 - \omega_m = \beta - \Delta\beta$ seinem Vorzeichen nach definierte Fehler ist mithin

$$\Delta\beta = \varepsilon\left[\frac{1 + p\sin(2\psi - 2\beta + 2\varepsilon)}{1 + p\sin(2\psi - 2\beta)\cos 2\varepsilon} - \frac{1 + p\sin(2\psi + 2\varepsilon)}{1 + p\sin 2\psi\cos 2\varepsilon}\right]. \qquad (5)$$

Diese Gleichung gilt auch für den Fall, daß ohne Wollaston-Prisma beobachtet wird, falls man den Drehungswinkel $A_1 O A_2$ des Analysators zu $90°$ wählt.

Da es sich in der Abb. 4 nur um Schwingungsrichtungen handelt, so sind die Fehler $\Delta\beta$ in den Quadranten I und III entsprechend einander gleich, wie auch die in den Quadranten II und IV

1) M. Pirani, Zeitschr. f. techn. Phys. **11**, 482, 1930.

2) Eugen Brodhun, Zeitschr. f. Instr. **27**, 8, 1907.

unter sich gleich sind; wird daher ψ im Quadranten II negativ angesetzt, so genügt es für die allgemeine Diskussion der Fehlergleichung (5) die Bedingung $-90° < \psi < +90°$ anzunehmen. Aus demselben Grunde darf $0 < \beta < 180°$ gesetzt werden, weil auch eine negative Drehung $-\beta$ unter den gegebenen Verhältnissen auf dasselbe hinausläuft wie die positive Drehung $180° - \beta$. Wie es sein muß, ist $\Delta\beta = 0$ für $\beta = 0$ und für $\beta = 180°$.

Um bei den gegebenen Größen ε, p und ψ eine Übersicht über die Fehlerkurve, nämlich $\Delta\beta$ als Funktion von β, zu gewinnen, ist das Maximum $\Delta_{\mathrm{Max}}\beta$ aufzusuchen. Ein solches liegt bei den Werten β', die durch

$$\sin(2\beta' - 2\psi) = p\cos 2\varepsilon \qquad (6)$$

bestimmt werden. Diese Gleichung liefert immer zwei Werte für β', denen ein positiver und negativer Wert von $\Delta_{\mathrm{Max}}\beta$ zugeordnet sind. Die Fehlerkurve für $\beta = 0$ bis $180°$ geht also von Null über positiv bzw. negativ durch Null über negativ bzw. positiv wieder zu Null. Es sei $0 < \varrho < 90°$, und man berechne den Winkel ϱ aus der Gleichung $\sin\varrho = p\cos 2\varepsilon$, dann ergeben sich die beiden Werte β', sie seien β_1 und β_2, zu

$$2\beta_1 = \varrho + 2\psi \quad \text{und} \quad 2\beta_2 = 180° - \varrho + 2\psi,$$

wobei zu $2\beta_1$ bzw. $2\beta_2$ evtl. $360°$ zu addieren sind, um Werte zu erhalten, die der früheren Bedingung $0 < 2\beta < 360°$ genügen. Die zu β_1 und β_2 gehörigen Maximalwerte $\Delta_{\mathrm{Max}}\beta$ mögen mit $\Delta\beta_1$ und $\Delta\beta_2$ bezeichnet werden.

Dann lassen sich die folgenden Beziehungen als streng gültig erweisen:

$$\Delta\beta_2 - \Delta\beta_1 = \frac{p\,2\varepsilon\sin 2\varepsilon}{\sqrt{1 - p^2\cos^2 2\varepsilon}},$$

also unabhängig von ψ und bei konstantem p angenähert proportional ε^2; ψ' ein beliebiger positiver Wert von ψ, d. h. $0 < \psi' < +90°$,

$$(\Delta\beta_1)_{\psi=\psi'} + (\Delta\beta_2)_{\psi=90°-\psi'} = 0$$

und

$$(\Delta\beta_2)_{\psi=\psi'} + (\Delta\beta_1)_{\psi=90°-\psi'} = 0;$$

$$(\Delta\beta_1)_{\psi=-\psi'} + (\Delta\beta_2)_{\psi=-90°+\psi'} = 0$$

und

$$(\Delta\beta_2)_{\psi=-\psi'} + (\Delta\beta_1)_{\psi=-90°+\psi'} = 0;$$

$$(\Delta\beta_1)_{\psi=45°} = (\Delta\beta_1)_{\psi=-45°}$$

und

$$(\Delta\beta_2)_{\psi=45°} = (\Delta\beta_2)_{\psi=-45°};$$

$$(\Delta\beta_1)_{\psi=90°} = (\Delta\beta_1)_{\psi=-90°}$$

und

$$(\Delta\beta_2)_{\psi=90°} = (\Delta\beta_2)_{\psi=-90°}.$$

Einen Überblick über den Gang und die Größe der möglichen Fehler $\Delta\beta$ gibt zur Genüge die folgende Tabelle, der nach Abschnitt a ein polarisierter Lichtanteil von 31 Proz. zugrunde gelegt worden ist.

ψ in Graden	2β in Graden	$\Delta\beta$ in Graden
$p = 0{,}31$	$2\varepsilon = 8°$	$\lvert\Delta\beta_2 - \Delta\beta_1\rvert = 0{,}3626°$
0	0	+ 0
	10	+ 0,0069
	$2\beta_1 = 17°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0087$
	20	+ 0,0086
	23	+ 0,0079
	30	+ 0,0039
	$34°\ 6{,}00'$	+ 0,0000
	36	− 0,0022
	90	− 0,1726
	$2\beta_2 = 162°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}3539$
	180	− 0,3452
	320	− 0,0621
	360	− 0
22,5	$2\beta_1 = 62°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0810$
	$2\beta_2 = 207°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}2816$
45	90	+ 0,1726
	$2\beta_1 = 107°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}1813$
	$2\beta_2 = 252°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}1813$
67,5	$2\beta_1 = 152°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}2816$
	$2\beta_2 = 297°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0810$
90	20	+ 0,0258
	$2\beta_1 = 197°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}3539$
	270	+ 0,1726
	$2\beta_2 = 342°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0087$
−22,5	$62°\ 52{,}64'$	− 0,2306
	$2\beta_2 = 117°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}3372$
	$2\beta_1 = 332°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0254$
−45	$2\beta_2 = 72°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}1813$
	$2\beta_1 = 287°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}1813$
−67,5	$2\beta_2 = 27°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0254$
	$2\beta_1 = 242°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}3372$
−90	$2\beta_1 = 197°\ 52{,}64'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}3539$
	$2\beta_2 = 342°\ 7{,}36'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0087$
	$2\varepsilon = 3°$	$\lvert\Delta\beta_2 - \Delta\beta_1\rvert = 0{,}0512$
0	$2\beta_1 = 18°\ 2{,}00'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0013$
	$2\beta_2 = 161°\ 58{,}00'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0499$
45	$2\beta_1 = 108°\ 2{,}00'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0256$
	$2\beta_2 = 251°\ 58{,}00'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0256$
	$2\varepsilon = 1°$	$\lvert\Delta\beta_2 - \Delta\beta_1\rvert = 0{,}0057$
0	$2\beta_1 = 18°\ 3{,}37'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0001$
	$2\beta_2 = 161°\ 56{,}63'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0056$
45	$2\beta_1 = 108°\ 3{,}37'$	$\Delta\beta_1 = +0{,}0028$
	$2\beta_2 = 251°\ 56{,}63'$	$\Delta\beta_2 = -0{,}0028$

Aus der Tabelle ist zu entnehmen, daß sich die Fehler $\Delta\beta$ bei der Messung in den Quadranten I und II für gewöhnlich nicht hinreichend

kompensieren werden, und daß die relativ kleinsten maximalen Fehler, nämlich $\pm\frac{1}{2}\left|\Delta\beta_2-\Delta\beta_1\right|$, für $\psi=\pm 45°$ auftreten, wenn man also die Schwingungsebenen des Wollaston-Prismas unter dem Azimut 45° zur Schwingungsebene des polarisierten Lichtanteils orientiert. Ferner zeigt sich, daß die größtmöglichen Fehler $\Delta_M\beta$ praktisch fast ganz den Betrag $\pm\left|\Delta\beta_2-\Delta\beta_1\right|$ erreichen können, ihre Größe folglich nach der Gleichung

$$\Delta_M\beta = \frac{p\,2\varepsilon\sin 2\varepsilon}{1-p^2\cos^2 2\varepsilon}$$

in einfacher Weise berechenbar ist, ε und $\Delta_M\beta$ z. B. in Kreisgraden ausgedrückt. Hieraus folgt

$$p=\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 2\varepsilon\left[\left(\frac{2\varepsilon}{\Delta_M\beta}\right)^2-1\right]}},$$

eine Beziehung, die den höchstzulässigen Wert p ergibt, wenn ein bestimmter Fehler $\Delta_M\beta$ nicht überschritten werden soll. So ist z. B. für $\Delta_M\beta=\pm 0{,}01°$

$2\varepsilon=$	1°	2°	3°	4°
$p=$	0,50	0,14	0,064	0,036

und

$2\varepsilon=$	5°	6°	7°	8°
$p=$	0,023	0,016	0,012	0,0090,

wobei noch zu beachten ist, daß in diesen Fällen für $\psi=\pm 45°$ der größte Fehler nur den halben Betrag $\pm 0{,}005°$ erreichen könnte.

Da bei den Messungen meist mit dem Werte $2\varepsilon=1°$ auszukommen sein wird, so hat man es in der Hand, die systematischen Fehler $\Delta\beta$ unter die sonstigen zufälligen Beobachtungsfehler herunterzudrücken. Andernfalls muß man den Wert p in genügendem Maße verkleinern, indem der polarisierte Lichtanteil am Austrittsspalt des Monochromators durch passende Einschaltung entweder einer dicken Kalkspatplatte in hinreichend natürliches Licht oder aber eines Viertelwellen-Plättchens für die benutzte Wellenlänge in hinreichend zirkular polarisiertes Licht verwandelt wird.

V. Elektrische Anordnung.

Soll die Beobachtungsmethode hinreichend genau gestaltet werden, so kommt es darauf an, noch möglichst kleine Photostromänderungen Δj_δ und Δj_ε der Messung zugänglich zu machen, was nur mit einer Verstärkeranordnung an der Photozelle genügend erreicht werden kann; wenigstens im allgemeinen geht es deshalb nicht ohne die gerade hier so mühsam zu behandelnde Verstärkung der verhältnismäßig schwachen Photoströme. Im Falle der dauernden Rotation des Analysators, d. h. der Aufsuchung der Bezugslagen ω_0 und ω_m des Polarisators nach dem Flimmerprinzip, ist die Verwendung eines Fadenelektrometers oder eines Oszillographen am Platze.

Wir haben bereits am 1. März 1932 die ersten Versuche ausgeführt, um auf elektrometrischem Wege die flimmerlosen Bezugslagen zu bestimmen, und behalten uns die Durcharbeitung dieser besonderen Art unserer Methode noch vor[1]). Immerhin hatten wir mit einer vorläufig zusammengestellten Polarisationsoptik aus Kalkspat fürs erste recht zufriedenstellende Resultate. Die Photostromschwankungen wurden mittels eines gewöhnlichen zweistufigen Widerstandsverstärkers über einen Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis 1 : 1 als Spannungsschwankungen dem Faden eines Lutz-Edelmann-Elektrometers in der aus Abb. 5 ersichtlichen

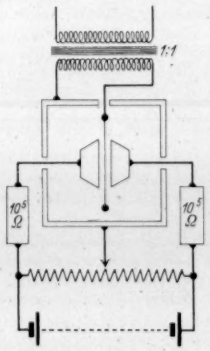

Abb. 5. Elektrometerschaltung.

Schaltung mitgeteilt. Als Lichtquelle diente eine Wolfram-Bogenlampe, aus der mittels eines Monochromators und eines Farbglases die Lichtsorte 436 mμ herausgeschnitten wurde. So ergaben z. B. je 10 in der Reihenfolge a–h ausgeführte Einstellungen des Polarisators die folgenden Mittelwerte ω_0 nebst den zugehörigen mittleren Fehlern v der einzelnen Einstellung. Die Werte ω_0 im gleichen Quadranten unterscheiden sich im Höchstfalle um 0,044°.

1) Tätigkeitsbericht der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Zeitschr. f. Instr. **53**, 305, 1933.

In Graden	1. Quadrant		2. Quadrant	
	a	*h*	*b*	*g*
ω_0	36,916	36,920	126,809	126,765
$\pm r$	0,026	0,050	0,039	0,063

	3. Quadrant		4. Quadrant	
	c	*f*	*d*	*e*
ω_0	216,925	216,909	306,787	306,746
$\pm r$	0,063	0,047	0,039	0,042

Merklich genauere Einstellungen ω_0 bekommt man aber, wenn der Analysator zwischen zwei festen Anschlägen um 90° drehbar angeordnet wird, so daß in seinen Grenzlagen seine Schwingungsrichtungen mit denen des Wollaston-Prismas zusammenfallen, wenn man also die mit der Analysatordrehung verbundenen Lichtunterschiede ΔI_δ und ΔI_ε mißt. Die Methode, die von ihnen verursachten Photostromdifferenzen Δj_δ und Δj_ε mit einem empfindlichen Galvanometer über einen geeigneten Verstärker zu messen, ist inzwischen bereits von dem einen von uns veröffentlicht worden[1]). Auf diese Abhandlung muß hier der Kürze wegen verwiesen werden, wo die Anordnung der Verbindung Photozelle-Verstärker aus der dortigen Abb. 1 zu ersehen ist.

An der gleichen Stelle wird auch gezeigt, wie man die Galvanometerausschläge n (in mm) zu korrigieren hat, um dem Umstande Rechnung zu tragen, daß die Verstärkung mit abnehmender Belichtung der Photozelle wächst. Sollen Lichtintensitäten miteinander verglichen werden, so muß bei genaueren Messungen auf die gleiche Verstärkung Bezug genommen werden, was mittels des Reduktionsfaktors k_m erfolgen kann. Ist der dem reinen Anodenstrom entsprechende Ausschlag bei abgedunkelter Zelle n_0 und bei belichteter n_m, so ist der korrigierte Unterschied $(n_0 - n_m)\,k_m$, wobei $k_m = u(n_m)$ als Funktion von n_m durch die ermittelte Eichkurve, z. B. die folgende, dargestellt wird, aus welcher der zu jedem n_m bzw. der zu jeder Lichtstärke gehörende Reduktionsfaktor der Verstärkung entnommen werden kann.

Sorgt man indessen wieder dafür, daß die Lichtunterschiede ΔI_δ und ΔI_ε und damit auch die

Eichkurve $k_m = u(n_m)$.

n_m	$n_0 = 359{,}7$	340,0	320,0	300,0	280,0	260,0
k_m	$k_0 = 1{,}0000$	1,0151	1,0322	1,0504	1,0702	1,0923
n_m	240,0	220,0	200,0	180,0	160,0	140,0
k_m	1,1168	1,1444	1,1764	1,2137	1,2577	1,3109

ihnen entsprechenden Ausschläge nahezu gleich groß werden (mithin δ nahezu gleich ε), so erübrigen sich jegliche Korrektionen, $\beta = \omega_0 - \omega_m$ wird ohne merklichen systematischen Fehler richtig bestimmt, vorausgesetzt, daß hinreichend rein natürliches Licht auf den Polarisator fällt.

VI. Proportionalität zwischen den Lichtänderungen ΔI_δ und den zugehörigen Photostromänderungen Δj_δ bzw. ihren Galvanometerausschlägen.

Da es sich unter den vorliegenden Verhältnissen nur um kleine Lichtänderungen handelt, kann die praktisch hinreichende Proportionalität schon aus den lichtelektrischen Messungen von Absorptionen und Lichtstärken in der soeben oben angeführten Abhandlung erschlossen werden. Einen direkten Beweis dafür erbringt die folgende Versuchsreihe. Die Schwingungsrichtung des Analysators befinde sich in der Lage OA_1 (Abb. 4), diejenige des Polarisators in OP_1 (Abb. 3), dann fällt auf die Photozelle nach Abschnitt IIb die Lichtintensität

$$I_\varepsilon = \cos^2(45° - \varepsilon) = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sin 2\varepsilon,$$

wenn der Polarisator stets die Intensität 1 entläßt, also natürliches Licht auf ihn fallend vorausgesetzt wird. Von den Reflexionen und Absorptionen kann abgesehen werden, weil es sich hier nur um relative Verhältnisse von Intensitäten handelt. Mithin führt eine Drehung des Polarisators um ε aus seiner Bezugslage ω_0 eine Lichtänderung herbei, die proportional $\sin 2\varepsilon$ ist.

In der folgenden Tabelle ist das Ergebnis einer Messung wiedergegeben, die mit dem ultravioletten Licht von der Wellenlänge $\lambda = 0{,}3652\,\mu$ ausgeführt wurde, für welche auch die Drehung einer Quarzplatte als Beispiel der Anwendung (s. Abschnitt VII) bestimmt worden ist. In der ersten Spalte stehen die Ablesungen ω am Polarisator-Teilkreise, womit die jeweilige Stellung des Polarisators gegeben ist, weil $\omega_0 = 47{,}85$, also $\varepsilon = \omega - \omega_0$ war. Wird die Intensität für $\varepsilon = 0$ als Einheit genommen, so ergibt sich die Lichtänderung zu $\Theta I_\varepsilon = \sin 2\varepsilon$. Der Anodenstrom für die ω_0-Stellung des Polarisators war fast

[1]) E. Einsporn, Photozelle am Verstärker, Physik. Zeitschr. **36**, 347, 1935; Wiss. Abhandl. d. Phys.-Techn. Reichsanst. **19**, 90, 1935.

vollkommen kompensiert, so daß die dann beobachteten Ausschläge des Galvanometers, welche den Anodenstrom-Änderungen entsprechen, ein Maß für die Änderung der auf die Photozelle fallenden Lichtintensität sind. Die für die Lagen ω des Polarisators beobachteten Einstellungen A (in mm) auf der Galvanometerskala in der 4. Spalte sind die Mittelwerte aus je 10 Einzelmessungen mit einer mittleren Abweichung von $\pm$ 2,2 mm.

Unter der Voraussetzung der Proportionalität zwischen den Lichtänderungen und den zugehörigen Galvanometerausschlägen ergeben sich die berechneten Werte A in der 5. Spalte nach der Proportion

ω	2ε	$\Theta I_\varepsilon - \Theta I_{\varepsilon=1'}$	A_{beob}	A_{ber}	$A_{\text{beob}} - A_{\text{ber}}$
48,00	0° 18′	0	887,2	887,2	0
48,25	0° 48′	0,0087259	836,4	836,8	− 0,4
48,50	1° 18′	0,017451	787,2	786,3	+ 0,9
48,75	1° 48′	0,026175	737,5	735,9	+ 1,6
49,00	2° 18′	0,034896	686,0	685,5	+ 0,5
49,25	2° 48′	0,043614	634,8	635,1	− 0,3
49,50	3° 18′	0,052328	586,3	584,7	+ 1,6
49,75	3° 48′	0,061037	535,6	534,3	+ 1,3
50,00	4° 18′	0,069742	485,6	484,0	+ 1,6
50,25	4° 48′	0,078442	435,0	433,7	+ 1,3
50,50	5° 18′	0,087134	383,2	383,5	− 0,3
50,75	5° 48′	0,095820	333,9	333,2	+ 0,7
51,00	6° 18′	0,10450	282,2	283,1	− 0,9
51,25	6° 48′	0,11317	232,6	232,9	− 0,3
51,50	7° 18′	0,12183	182,9	182,9	0

$$(\Theta I_{\varepsilon=3°39'} - \Theta I_{\varepsilon=9'}) : (A_{\varepsilon=9'} - A_{\varepsilon=3°39'}) = (\Theta I_\varepsilon - \Theta I_{\varepsilon=9'}) : (A^{\text{beob}}_{\varepsilon=9'} - A^{\text{ber}}_\varepsilon)$$

also

$$0{,}12183 \quad : \quad 704{,}3 \quad = (\Theta I_\varepsilon - \Theta I_{\varepsilon=9'}) : (887{,}2 - A^{\text{ber}}_\varepsilon) .$$

Wie aus der 6. Spalte zu ersehen ist, erreichen die Unterschiede in keinem Falle den möglichen Beobachtungsfehler von $\pm$ 2,2, womit eine hinreichende Proportionalität erwiesen ist. Denn einer Änderung von A um 1,6 entspricht eine Drehung des Polarisators um nur 0,0080°.

Die Intensität ist im vorliegenden Falle zwischen $\omega = 48{,}00$ und 51,50 von 1,0052 auf 1,1271, d. i. um 12 Proz. derjenigen in der Ausgangsstellung (48,00) gestiegen. Bei der Aufsuchung der Bezugslagen ω_0 und ω_m erleidet nun die Intensität (nahe $\frac{1}{2}$) eine Änderung um $\Delta I_\delta = \sin 2\delta$; soll diese 12 Proz. betragen, so müßte $\delta = 1° 43'$ gewählt werden, ein Wert, unter dem immer geblieben werden kann.

VII. Drehungsmessung einer Quarzplatte.

Als ein Beispiel für die Anwendung der Methode soll die Drehung einer Quarzplatte für die ultraviolette Wellenlänge $\lambda_{20} = 0{,}3652\ \mu$ bestimmt werden, auf die der Doppelmonochromator möglichst genau eingestellt wurde. Die Spaltbreite betrug für Sp_1 (Abb. 1) 0,5 mm, für $Sp_{2,3}$ und Sp_4 je 0,2 mm, des letzteren Spalthöhe 1,0 mm; als Lichtquelle diente die Gehlhoff-Lampe von etwa 6,5 Amp. Die benutzte Photozelle ist eine Natrium-Glas-Vakuumzelle mit Fenster aus Uviolglas, für deren Überlassung wir dem Röfa-Laboratorium (Herrn Dr. Kluge) der AEG zu danken haben. Als Quarzplatte diente die vorzügliche Normalquarzplatte O 7, die bei allen saccharimetrischen Messungen als Eichplatte benutzt wird und deren Drehung für Natriumlicht deswegen sehr genau bestimmt ist. Der Drehungswinkel beträgt $\beta^D_{20} = 34{,}6383° \pm 0{,}0020°$ für das spektral gereinigte Licht der Piranischen elektrischen Natriumkleinlampe, deren optischer Schwerpunkt 0,58930 μ in Luft von 20° C und 760 mm Druck ist.

Die Drehungsmessungen erfolgten mit Wollaston-Prisma und Drehung des Analysators um 90° zwischen zwei festen Anschlägen. Es wurden 2 Messungsreihen durchgeführt, die eine mit $\delta + \varepsilon = 3°$, die andere mit $\delta + \varepsilon = 1°$. Da beim Drehen des Polarisators auf ω_δ bzw. ω_ε auf das Zusammenfallen zweier Teilstriche eingestellt wird, bleibt der dabei gemachte Fehler sicher unter 0,005°. Auch wurden ω_δ und ω_ε (es ist ja $\delta + \varepsilon = \omega_\delta - \omega_\varepsilon$) stets so gewählt, daß die Galvanometerausschläge für Δj_δ und Δj_ε möglichst gleiche Größe hatten, also nahezu $\delta = \varepsilon$ war. Aus je 5 Beobachtungen der Ausschläge für Δj_δ und Δj_ε wird immer ein Wert ω_0 bzw. ω_m abgeleitet ($\beta = \omega_0 - \omega_m$). So wurden in jeder der beiden Messungsreihen in jedem der 4 Quadranten 4 Werte ω_0, 3 Werte ω_m und 3 Werte β bestimmt. Alsdann betragen die mittleren Abweichungen der einzelnen Werte von ihrem Mittel in jedem Quadranten durchschnittlich für ω_0 (ohne Quarzplatte) $\pm$ 0,006°, für ω_m (mit Quarzplatte) $\pm$ 0,004° und für β $\pm$ 0,007°. Damit ist wohl sicherlich erwiesen, daß kleinere Drehungswinkel β mit einer Genauigkeit von $\pm$ 0,01° bestimmt werden können.

Diesen Fehlern entsprachen nun nicht mit ähnlicher Genauigkeit die Abstände zu 90° der 4 Bezugslagen ω_0 in den 4 Quadranten, sowie die Übereinstimmung der 4 in den 4 Quadranten gewonnenen Drehungswerte β; denn die mittlere Abweichung der letzteren vom Endwert stieg auf $\pm$ 0,07°. Diese verhältnismäßig große Abweichung muß einem Reflex zugeschrieben werden, der in variabler Intensität um den

Lichtfleck bei K auf der Zellenschicht kreiste und sich bei Benutzung der langen Polarisationsprismen aus Quarz nicht fortschaffen ließ. Einen solchen Fehler dürfte der im Bau befindliche endgültige Apparat mit Kalkspatprismen nicht mehr aufweisen, die nunmehr für Licht von 0,20 bis 2,7 μ gut durchlässig sind.

Die Meßreihe mit $\delta + \varepsilon = 3°$ lieferte den auf 20° C reduzierten Drehungswinkel 98,289°, diejenige mit $\delta + \varepsilon = 1°$ die Drehung 98,276°, so daß im Mittel $\beta_{20}^{\text{ultrav}} = 98{,}282°$ wird, ein Wert, dessen Sicherheit wohl auf $\pm$ 0,020° geschätzt werden darf, auch mit Rücksicht darauf, daß mit diesem Mittelwert die im dritten und vierten Quadranten beobachteten Drehungen sehr gut übereinstimmen.

Dieser Drehungswert im Verhältnis zum obigen β_{20}^{μ} mag noch mit den Beobachtungen von Lowry und Coode-Adams[1]) verglichen werden, welche nach einer photographischen Methode arbeiteten und für die Drehung von 1 mm Quarz die empirische Formel bei $0{,}22 < \lambda < 2{,}6\ \mu$ ableiteten

$$(\beta)_{20}^{\lambda} = \frac{9{,}5639}{\lambda^2 - 0{,}0127493} - \frac{2{,}3113}{\lambda^2 - 0{,}000974} - 0{,}1905;$$

diese Gleichung gibt die Drehungswerte für 20° C, falls für λ die Wellenlängen in trockener Luft von 15° und 760 mm Quecksilberdruck eingesetzt werden. Für die obige Natrium- bzw. ultraviolette Linie ist daher $\lambda = 0{,}5892948$ bzw. $0{,}3651981\ \mu$ zu nehmen, womit sich die Drehungen $(\beta)_{20} = 21{,}7251°$ bzw. 61,6413° berechnen. Gleiche Rotationsdispersion für die beiden benutzten Quarzsorten vorausgesetzt, errechnet sich demnach aus dem Wert β_{20}^{μ} nach der Proportion

$$21{,}7251 : 61{,}6413 = 34{,}6383 : \beta_{20}^{\text{ultrav}}$$

$\beta_{20}^{\text{ultrav}} = 98{,}2803°$, ein Wert, der mit dem beobachteten 98,282° vollkommen übereinstimmt.

Der verständnisvollen Mitarbeit des Herrn Oberinspektors Willy Schön bei den experimentellen Versuchen sei auch hier dankend gedacht.

VIII. Zusammenfassung.

Es wird eine neue lichtelektrische Halbschattenmethode zur Bestimmung der Rotationsdispersion entwickelt; dabei durchsetzt in telezentrischem Strahlengang das Licht einen mit dem Teilkreise drehbaren Polarisator, ein festes Wollaston-Prisma und einen frei dauernd umlaufenden Analysator, sodann zwei Linsen, welche für jede beliebige Wellenlänge die beiden durch das Wollaston-Prisma erzeugten Strahlenbündel auf ein und dieselbe Stelle der lichtempfindlichen Zelle in gleichbleibender Größe führen. Der Polarisator wird so eingestellt, daß die Photozelle zeitlich konstante Lichtintensität anzeigt.

Oder aber der Analysator wird zwischen zwei festen Anschlägen um 90° drehbar angeordnet und aus den dabei beobachteten Intensitätsänderungen die Bezugslage des Polarisators in einfacher Weise abgeleitet.

Schließlich ist es sogar möglich, auf eine ähnliche Weise ohne Wollaston-Prisma nur mit Polarisator und Analysator Drehungen nach dem Halbschattenprinzip zu messen.

Der Einfluß möglicher systematischer Fehler wird eingehend behandelt, wie Berechnung der Bezugslage aus den Galvanometerausschlägen, Interferenzerscheinungen durch das Wollaston-Prisma, die besonders wichtige Beachtung der Eigenpolarisation des Monochromators, Proportionalität zwischen den auftretenden Lichtänderungen und den zugehörigen Galvanometerausschlägen.

Auf die elektrischen Anordnungen wird eingegangen und zum Schluß als Beispiel für die Meßmethode eine Drehungsbestimmung einer Quarzplatte mit ultraviolettem Licht durchgeführt.

(Eingegangen 26. Oktober 1935.)

Zur Analyse der Ultrastrahlung.

Von B. Groß.

Es wird, unter Voraussetzung des Ausdruckes für den Energieverlust eines Teilchens und für die Bildung von Sekundärstrahlung, die Energieverteilung aus der Absorptionskurve abgeleitet.

Einleitung. Nachdem sich herausgestellt hat, daß zumindest der Hauptteil der Ultrastrahlung korpuskularer Natur ist, erscheint es notwendig, die Analyse der Absorptionskurve auch nach den für die Absorption einer solchen Strahlung geltenden Gesetzen zu orientieren. Dies ist freilich schwierig, solange die theoretischen Grundlagen für die Absorption so energiereicher Partikel, wie wir sie in der Ultrastrahlung vor uns haben, noch nicht vorhanden sind.

Eine Reihe der bisherigen Annahmen geht von den für Photonenstrahlung entwickelten Gesetzen aus. Es wird für die Absorption einer monochromatischen einseitig einfallenden Strahlung das Exponentialgesetz[1]) oder, unter Berücksichtigung des Beitrages der Sekundärstrahlung auf

1) Thomas Martin Lowry u. W. R. C. Coode-Adams, Phil. Trans. (A) **226**, 391, 1927.

1) R. A. Millikan u. H. Cameron, Phys. Rev. **37**, 235, 1931; I. S. Bowen, R. A. Millikan u. H. V. Neher, Phys. Rev. **44**, 146, 1933.

Grund von Comptonstreuung, eine von Kulenkampff[1]) aufgestellte Absorptionsfunktion vorausgesetzt[2]). Weiterhin wird vielfach vorausgesetzt, daß die Strahlung aus einer Reihe streng monochromatischer Komponenten bestehe, sich die Absorptionskurve also als Superposition diskreter Elementarfunktionen darstellen lasse. Eine andere Methode stammt von Eckart[3]), der exponentielle Absorption für monochromatische Strahlung voraussetzt, über die Energieverteilung jedoch keine speziellen Annahmen macht, sondern diese aus der Absorptionskurve ableitet. Eine weitere sehr allgemeine Methode stammt von E. Lenz[4]).

Speziell auf der Voraussetzung einer korpuskularen Natur der Strahlung beruht die Comptonsche Analyse[5]). Hier wird durch Differentiation der Absorptionskurve die Reichweitenverteilung erhalten. Die Sekundärstrahlung wird zunächst nicht berücksichtigt.

Man kann die Analyse in zwei ganz verschiedene Abschnitte einteilen: Zunächst muß eine Theorie über die Wechselwirkung sehr harter Korpuskularstrahlen mit der Materie aufgestellt werden. Ist dies geschehen und ein Ausdruck für den Energieverlust des einzelnen Teilchens aufgestellt, so besteht der Rest aus einem rein mathematischen Problem, nämlich der Untersuchung des Verlaufs der von einem Teilchen und der von einer Strahlung beliebiger Energieverteilung erzeugten Ionisation, wobei die Sekundärstrahlung mit zu berücksichtigen ist, mit dem Ziel der Berechnung der Energieverteilung aus der Absorptionskurve.

Wie erwähnt, besteht noch keine endgültige Theorie über den Energieverlust äußerst harter Korpuskularstrahlen. Wenn wir im folgenden den Mechanismus der Absorption untersuchen wollen, so werden wir eine verhältnismäßig einfache Formel zugrunde legen, deren Berechtigung durch Übereinstimmung der erhaltenen Formeln mit den Messungen sich zu erweisen hat.

Die folgenden Überlegungen sind für den Fall senkrecht einfallender Strahlung gemacht, setzen also schon Umrechnung der Absorptionskurve auf senkrechten Einfall voraus[6]).

1. Absorptionsgesetz für die Energie eines Teilchens. Aus den Messungen hat sich die Existenz einer sehr energiereichen Sekundärstrahlung ergeben. Der Energieverlust, den ein Teilchen pro Zentimeter erleidet, ist also nicht nur durch Ionisation, sondern auch durch die Bildung dieser Sekundärstrahlung bedingt. Der auf die Ionisation entfallende Anteil ist (zumindest in sehr weitem Bereich) unabhängig von der Energie des Teilchens; anders dagegen der infolge Bildung harter Sekundärer. Wir wollen hier zunächst annehmen, daß die zur Erzeugung der Sekundärstrahlung verbrauchte Energie jeweils proportional der Energie des erzeugenden Strahles ist. Auf die Bedeutung dieser Annahme wird im folgenden näher eingegangen. Dann ist also der Energieverlust eines Primärteilchens gegeben als

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = -a - b\varepsilon . \qquad (1)$$

Es sei ε_0 die ursprüngliche Energie. Dann wird

$$\varepsilon(x) = e^{-bx}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b} . \qquad (2)$$

Die Strahlung hat eine bestimmte Reichweite. Sie bestimmt sich als die Schichtdicke R, für die $\varepsilon(x)$ gleich o geworden ist. Man erhält

$$R = \frac{1}{b} \ln \frac{a + b\varepsilon_0}{a} . \qquad (3)$$

Die Reichweite wächst wegen der zunehmenden Bildung von Sekundärstrahlung nur langsam mit der Energie an.

Wir haben vorausgesetzt, daß die Größen a und b Konstante sind. Dies gilt nur für Teilchen derselben Art. Für Komponenten, die aus Partikeln verschiedener Art bestehen, wird man verschiedene Werte der Konstanten annehmen müssen.

2. Die Erzeugung von Sekundärstrahlung. Mit unserer Annahme über den Energieverlust eines Primärstrahles sind im wesentlichen zwei verschiedene Arten der Bildung von Sekundärstrahlung vereinbar:

a) Jeder Primärstrahl erzeugt entlang seiner Bahn überall dieselbe Anzahl Sekundärer. Die Energie des einzelnen Sekundärstrahles ist proportional der Energie des erzeugenden Primären. Diese Möglichkeit mag zutreffen, wenn man an die Erzeugung einer Art δ-Strahlung denkt. Wir werden von dieser Art Sekundärer annehmen können, daß sie nur durch Ionisation Energie verliert, so daß die Reichweite proportional der Energie wäre.
b) Der Wirkungsquerschnitt der Erzeugung von Sekundärstrahlen, und damit deren Zahl, ist proportional der Energie des erzeugenden Primärstrahles. Dagegen sind Eigenschaften und Energie eines Sekundären unabhängig von der Primärenergie. Dies mag eine Annäherung darstellen etwa für die Möglichkeit,

1) H. Kulenkampff, Physik. Zeitschr. **30**, 561, 1929.
2) W. Kramer, Zeitschr. f. Phys. **85**, 411, 1933.
3) C. Eckart, Phys. Rev. **45**, 851, 1934.
4) E. Lenz, Zeitschr. f. Phys. **83**, 194, 1933.
5) A. H. Compton u. R. J. Stephenson, Phys. Rev. **45**, 440, 1934; A. H. Compton u. H. A. Bethe, Nature **134**, 734, 1934.
6) B. Groß, Zeitschr. f. Phys. **83**, 214, 1933.

daß das elektromagnetische Feld des sich bewegenden Teilchens durch Wechselwirkung mit Kernen Anlaß zur Erzeugung von Elektronenpaaren gibt.

Wir können dasselbe Gesetz, ohne auf den speziellen Vorgang bei der Erzeugung der Sekundärstrahlen näher einzugehen, erhalten, wenn wir allgemein den Beitrag der Sekundärstrahlung zur Ionisation proportional setzen zu dem in Sekundärstrahlung umgesetzten Teil der Primärenergie. Nun ist die Ionisation an einem Punkt x nicht nur durch die Strahlung in x selbst, sondern auch durch das Strahlungsfeld in der Umgebung von x bedingt. Dies wird durch eine Integration unter Annahme einer konstanten Reichweite berücksichtigt. Diese Annahme stellt zumindest eine erste Näherung dar. Die folgende Diskussion der Sekundäreffekte zeigt aber, daß diese im wesentlichen richtig wiedergegeben werden.

Auf eine der Energie der Primärstrahlung proportionale Erzeugung von Sekundärstrahlen hat neuerdings Compton[1]) hingewiesen, ebenso Swann[2]).

3. Die Ionisation durch Sekundärstrahlung. Wir wollen nunmehr untersuchen, wie der Verlauf der von einem Primärstrahl erzeugten Ionisation bei Berücksichtigung der Sekundärstrahlung ist. Die an einem Punkt x erzeugte Ionisation ist proportional der Zahl der vorhandenen Sekundärstrahlen. Die Richtungsverteilung der Sekundärstrahlen möge sich mit x nicht ändern.

Es mögen die beiden unter 2 erwähnten Möglichkeiten besprochen werden.

a) Ein in der Tiefe ξ erzeugter Sekundärstrahl möge die Energie $s(\xi)$ besitzen, die proportional der Energie $\varepsilon(\xi)$ sein soll, die der Primärstrahl bei der Erzeugung besitzt: $s(\xi) = \varepsilon(\xi)/n$. Die Reichweite $r(\xi)$ sei proportional der Energie. Wir haben

$$r(\xi) = s(\xi)/c = \varepsilon(\xi)/cn = \frac{1}{cn}\left[e^{-b\xi}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b}\right].$$

Die Reichweite der in der Tiefe o entstehenden Strahlen ist $r(o) = \varepsilon_0/cn$. An einen Punkt $x < r(o)$ gelangen noch sämtliche zwischen o und x gebildeten Strahlen. Die gesamte in x noch vorhandene Zahl von Sekundären wird also, wenn die Zahl der pro Zentimeter erzeugten gleich k ist;

$$x < r(o)c : S(x) = k\int_0^x d\xi = kx.$$

Ist jedoch $x > r(o)$, so mißt man in x noch alle Strahlen, die auf der Strecke zwischen x und $x - r(\xi_x)$ entstehen (Fig. 1).

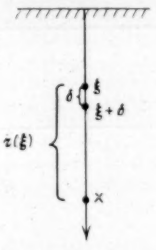

Fig. 1.

$$x > r(o) : S(x) = k\int_{\xi_x = x - r(\xi_x)}^{x} d\xi .$$

Die untere Grenze bestimmt sich aus der Beziehung

$$\xi_x = x - r(\xi_x) = x - \frac{1}{nc}\left[e^{-b\xi_x}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b}\right]$$

zu

$$\xi_x = g(x).$$

Dann wird

$$x > r(o) : S(x) = k[x - g(x)].$$

Die Kurve der Sekundärstrahlung steigt zunächst linear an, erreicht bei $x = r(o)$ ein Maximum, um dann wieder stark abzufallen.

Es läßt sich nun aber leicht zeigen, daß die gegebenen Formeln für sehr hohe Primärenergien jedenfalls nicht extrapoliert werden können. Dies liegt daran, daß wir für die Sekundärstrahlen ein anderes (schwächeres) Absorptionsgesetz angenommen haben als für die Primärstrahlung. Eine Voraussetzung unserer Betrachtung ist, daß wirklich alle zwischen x und $x - r(\xi_x)$ erzeugten Sekundären nach x gelangen und nicht nur die in geringerer Tiefe erzeugten. (Diese sind härter, können also größere Reichweite haben.) Es muß sein (Fig. 1)

$$\lim \delta \to o : r(\xi + \delta) \geq r(\xi) - \delta .$$

Nun ist

$$r(\xi + \delta) = r(\xi) - \delta\,\frac{1}{cn}\,(a + b\varepsilon_0)\,e^{-b\xi} .$$

Soll die obige Beziehung erfüllt sein, so muß schließlich sein

$$\frac{1}{cn}\,(a + b\varepsilon_0) \leqq 1 .$$

Wir sehen, daß für sehr große Primärenergien unsre Beziehungen nicht mehr gelten werden.

Wir wollen die folgenden Betrachtungen an Fall b anschließen.

1) A. H. Compton, Nature **135**, 695, 1935.
2) W. F. G. Swann, Journ. of the Franklin Inst. **219**, 97, 1935.

b) Die Reichweite der Strahlung sei überall konstant und gleich r. Ist σ_0 die Energie eines Sekundären, $n(\xi)$ die Zahl der pro Zentimeter erzeugten, so muß nach unseren Annahmen sein: $\sigma_0 n(\xi) = b\varepsilon(\xi)$. Also

$$n(\xi) = \frac{b}{\sigma_0}\varepsilon(\xi). \qquad (4)$$

Die in x vorhandene Gesamtzahl von Sekundären, $S(x)$, wird dann:

$$x < r: S(x) = \frac{b}{\sigma_0}\int_0^x \varepsilon(\xi)\,d\xi.$$

Oder auf Grund von (2)

$$x < r: S(x) = \frac{1}{\sigma_0}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right)(1 - e^{-bx}) - \frac{a}{\sigma_0}x. \quad (5a)$$

Für $\lim x \to 0$ folgt durch Entwicklung

$$S(x) = bx\frac{\varepsilon_0}{\sigma_0}.$$

Für $x > r$ wird:

$$S(x) = \frac{b}{\sigma_0}\int_{x-r}^{x}\varepsilon(\xi)\,d\xi,$$

$$x > r: S(x) = \frac{1}{\sigma_0}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right)(e^{br} - 1)e^{-bx} - \frac{a}{\sigma_0}r. \quad (5b)$$

Die Ionisation nimmt zunächst zu, erreicht für $x = r$ ein Maximum, um dann wieder abzufallen.

Die Sekundärstrahlung bewirkt auch eine scheinbare Erhöhung der Reichweite der Strahlung, über die des Primärstrahls hinaus. Die Tiefe, in der $S(x) = 0$ ist, ergibt sich aus (5b) unter Benutzung von (3) zu

$$x' = \frac{1}{b}\ln\frac{e^{br} - 1}{r} - \frac{1}{b}\ln b + R. \qquad (6)$$

Wie sich aus den Gleichungen 5 ergibt, nimmt die Sekundärstrahlung nach Erreichen eines Maximums dauernd ab. Ihr Verlauf deckt sich nirgends mit dem der (konstanten) Primärionisation. Dies gilt natürlich auch bei Einfall einer inhomogenen Primärstrahlung. Man erhält, auch nach Überschreitung der Reichweite der Sekundärstrahlung, kein Gleichgewicht zwischen Primär- und Sekundärstrahlung. Die Kurve der Gesamtionisation zeigt nirgends denselben Verlauf wie die der Primärstrahlung allein und man kann aus der gemessenen Absorptionskurve, die ja die Superposition von Primär- und Sekundärionisation gibt, nicht direkt auf die Primärstrahlung schließen, sondern muß prinzipiell stets auch die Sekundärstrahlung berücksichtigen. Die starke Deformation, die die Absorptionskurve durch den Einfluß der Sekundärstrahlung erleidet, ergibt sich auch schon aus dem starken Maximum, das die auf senkrechten Einfall umgerechnete Kurve in der Stratosphäre zeigt[1]).

Eine homogene Primärkomponente ergibt also infolge der Sekundärstrahlung einen exponentiellen Verlauf der Absorptionskurve. Ist die Primärstrahlung jedoch inhomogen, so überlagert sich über diese von jedem einzelnen Strahl herrührende Absorption noch diejenige infolge der (langsamen) Abnahme der Zahl der Primärstrahlen. In einem kleineren Intervall wird sich die Absorptionskurve immer noch durch eine einzige Exponentialfunktion annähern lassen; in ihrem gesamten Verlauf wird sie als Summe von Exponentialfunktionen mit verschiedenen Absorptionskoeffizienten darstellbar sein. Dies erklärt den Erfolg der bisherigen Analysen mittels der e-Funktion.

Die Gesamtionisation ergibt sich als Superposition von (konstanter) Primär- und (exponentieller) Sekundärionisation. Je nach dem Wert von b ist es natürlich auch möglich, daß sich der Beitrag der letzteren nur zu Anfang der Absorption bemerkbar macht.

Die Absorptionskurve einer aus mehreren homogenen Komponenten bestehenden Strahlung stellt sich im allgemeinen als Summe von e-Funktionen dar; sie wird aber konkav nach unten an den Stellen, an denen die Reichweite einer der Komponenten erreicht wird und fällt zum Schluß plötzlich auf 0 ab.

Die Sekundärintensität einer inhomogenen Strahlung von beliebiger Energieverteilung nimmt mit zunehmender Höhe offensichtlich stets stärker zu als die Primärintensität, also auch stärker als die Gesamtintensität. Alle durch Sekundärstrahlung bedingten Erscheinungen, also auch die Showers, müssen daher mit der Höhe stärker ansteigen als die mit der Ionisationskammer gemessene Gesamtintensität. Diese Möglichkeit, die experimentell gefundene starke Zunahme der Showers[2]) zu deuten, ergab sich auch aus der Swannschen Theorie[3]).

4. Die Energieverteilung der Sekundärstrahlen. Aus den Messungen hat sich ergeben, daß die Energie der Sekundärstrahlung über einen weiten Bereich kontinuierlich verteilt ist[4]). Wir müssen untersuchen, wie dies mit der Annahme der Erzeugung einer Sekundärstrahlung konstanter Energie vereinbar ist.

Über die Art des Energieverlustes der Sekundärstrahlen läßt sich noch wenig aussagen.

1) B. Gross, Zeitschr. f. Phys. **83**, 214, 1933; M. Cosyns, Nature **135**, 313, 1935.
2) C. G. Montgomery u. D. D. Montgomery, Phys. Rev. **47**, 437, 1935.
3) W. F. G. Swann, l. c.
4) Kunze, Zeitschr. f. Phys. **80**, 559, 1933; Anderson, Phys. Rev. **44**, 407, 1933.

Wir nehmen als einfachste Voraussetzung an, daß der Energieverlust pro Zentimeter konstant und gleich β sei. Dann hat ein in ξ erzeugter Strahl im Aufpunkt x noch die Energie $\sigma = \sigma_0 - \beta(x - \xi)$. Die Zahl $h_x(\sigma)$ dieser Strahlen ist proportional der Energie $\varepsilon(\xi)$, die der erzeugende Primärstrahl im Punkt ξ hat.

$$h_x[\sigma_0 - \beta(x - \xi)]\, d\sigma = \frac{b}{\sigma_0}\varepsilon(\xi)\, d\xi\,,$$

oder mit $\sigma_0/b = r$

$$h_x(\sigma)\, d\sigma = \frac{b}{\beta\sigma_0}\left[e^{-\frac{b}{\beta}\frac{\sigma}{\sigma_0}} e^{-b(x-r)}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b}\right] d\sigma\,. \quad (7')$$

Die Zahl der Sekundärstrahlen fällt mit zunehmender Energie exponentiell ab. Setzt sich die Primärstrahlung aus Teilchen verschiedener Art zusammen, so wird man Überlagerung verschiedener e-Funktionen erhalten. Berücksichtigt man noch den Fall einer inhomogenen Primärstrahlung, so werden die Koeffizienten von der Tiefe abhängen. Dies deckt sich auch mit der bei den Showers festgestellten Energieverteilung[1]).

5. Die Übergangseffekte. Die Strahlung trete in der Tiefe x aus einem Medium I in ein Medium II. Wenn wir die in II zurückgelegte Weglänge auf gleiche Dichte umrechnen, so wird man annehmen können, daß der Energieverlust, den ein Primärstrahl durch Ionisierung erleidet, derselbe geblieben ist. Es ist also, wenn wir die Größen im Medium II durch einen Index 2 bezeichnen, $a_1 = a_2 = a$. Anders dagegen ist es mit dem Energieverlust infolge Bildung von Sekundärstrahlung, der ja auf Wechselwirkung mit den Kernen beruhen soll; er wird von der Ordnungszahl abhängen. (Bei reiner Wellenstrahlung nimmt der Absorptionskoeffizient pro Kernelektron infolge Bildung von Elektronenpaaren linear mit der Ordnungszahl zu.) Wir müssen also einen Wert b_1 in I und ein b_2 in II einführen. Die Koordinate im zweiten Medium sei s.

Für $s > r$ geht die Kurve in II offensichtlich in Gleichung (5b) über, wenn man dort x durch $x + s$ ersetzt. Es genügt also, den Verlauf der Sekundärstrahlung in dem Bereich $s < r$ zu betrachten. Diese setzt sich aus 2 Anteilen zusammen, einmal aus der noch in I erzeugten und in II eindringenden und weiterhin aus der in II selbst neugebildeten Strahlung.

Wir berechnen zunächst S_1. Die an der Grenze beider Medien vorhandene Sekundärstrahlung hat die Energieverteilung $h_x(\sigma)$ entsprechend Gleichung (7'). Wir haben angenommen, daß die Reichweite der Strahlung konstant sei und behalten diese Beziehung mit denselben Konstanten auch im zweiten Medium bei. Die im Punkt s noch vorhandene Strahlung ist dann gleich der Summe aller Strahlen mit Energien größer als βs. Dabei ist zu integrieren bis $\sigma = \beta r$, denn dies stellt die höchste in x vorhandene Energie dar. Es wird also

$$S_1(s) = \frac{1}{\beta}\int_{\sigma=\beta s}^{\beta r} h_x(\sigma)\, d\sigma = \frac{b_1}{\beta\sigma_0}\int_{\sigma=\beta s}^{\beta r}\left[e^{-b_1\frac{\sigma}{\beta}} e^{-b_1(x-r)}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b_1}\right) - \frac{a}{b_1}\right] d\sigma\,. \quad (8)$$

Zur Berechnung der in II neu erzeugten Sekundärstrahlung S_2 geht man genau so vor wie bei Ableitung der Gleichung (5a). Es ist

$$S_2(s) = \frac{b_2}{\sigma_0}\int_{\xi=0}^{s}\varepsilon(x+\xi)\, d\xi = \frac{b_2}{\sigma_0}\int_{\xi=0}^{s}\left[e^{-b_2(x+\xi)}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b_2}\right) - \frac{a}{b_2}\right] d\xi\,. \quad (9)$$

Die Ausführung der Integration liefert:

$$\left.\begin{aligned} S(s) = {} & \frac{1}{\sigma_0}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b_1}\right)e^{-b_1(x-r)}e^{-b_1 s} - \frac{1}{\sigma_0}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b_2}\right)e^{-b_2 x}e^{-b_2 s} - \frac{a}{\sigma_0}r \\ & + \frac{1}{\sigma_0}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b_2}\right)e^{-b_2 x} - \frac{1}{\sigma_0}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b_1}\right)e^{-b_1 x}\,. \end{aligned}\right| \quad (10)$$

Für $b_1 = b_2$, und ebenso für $s = r$, muß die Gleichung (10) identisch werden mit Gleichung (5b). Man überzeugt sich leicht, daß dies tatsächlich der Fall ist.

Die Messungen haben ergeben, daß im zweiten Medium ein Maximum der Ionisation gefunden wird. Wir müssen also untersuchen, unter welchen Bedingungen die Gleichung (10) ein Maximum für Werte $0 < s < r$ liefert. Wir haben

$$\frac{dS(s)}{ds} = (\varepsilon_0 b_2 + a)e^{-b_2(x+s)} - (\varepsilon_0 b_1 + a)e^{-b_1(x+s-r)}\,.$$

Soll ein Maximum für einen Wert $s_m > 0$ vorhanden sein, so muß für $\lim s \to 0$ der obige Aus-

1) R. D. Bennet, G. S. Brown u. H. A. Rahmel, Phys. Rev. **47**, 437, 1935.

druck positiv sein. Hieraus und aus der Bedingung, daß der Ausdruck für s_m selbst positiv sein muß, folgt sofort

$$b_2 > b_1 .$$

Bedingung des Maximums ist somit, daß die Produktion von Sekundärstrahlung im zweiten Medium stärker ist als im ersten. Für den Ort des Maximums selbst erhält man

$$s_m = \frac{1}{b_2 - b_1} \ln \frac{\varepsilon_0 b_2 + a}{\varepsilon_0 b_1 + a} - x - \frac{b_1}{b_2 - b_1} r .$$

Wir setzen $b_2 = b_1 + \varkappa$ und setzen voraus $a \ll \varepsilon_0 b_1$. Damit in einer Tiefe $x \gg r$ sich das Maximum für $s = o$ ergibt, muß sein

$$\frac{1}{\varkappa} \ln \frac{b_1 + \varkappa}{b_1} \gg r\left(1 + \frac{b_1}{\varkappa}\right).$$

Je kleiner nunmehr x wird, je höher also der Ort der Messung rückt, desto größer wird s_m, bis es schließlich, wenn x um r abgenommen hat, gleich r wird. Bei diesem Wert bleibt es dann.

Die sich aus unseren Annahmen für den Übergangseffekt ergebende Gleichung (10) entspricht völlig der von Johnson zur Deutung der Schindlerschen Messungen herangezogenen Gleichung[1]). Wir sehen, daß also auch die Übergangseffekte durch die Theorie richtig wiedergegeben werden.

Nach Gleichung (10) muß mit zunehmender Höhe des Meßpunktes das Maximum immer ausgeprägter werden, während es bei Messung in großer Tiefe überhaupt fehlen kann. Dies findet sich bei Messungen von Street[2]) völlig bestätigt.

Wir haben bisher stets konstante Reichweite der Sekundärstrahlung vorausgesetzt. Sämtliche Überlegungen ließen sich natürlich auch unter Zugrundelegung eines exponentiellen Gesetzes für die Sekundärstrahlung durchführen, ohne daß wir jedoch wesentlich andere Resultate erhalten würden.

6. Absorption einer inhomogenen Primärstrahlung. Wir wollen nunmehr voraussetzen, daß die Primärstrahlung nicht homogen ist, sondern bei Eintritt in die Atmosphäre eine beliebige Energieverteilung $f_0(\varepsilon_0)$ aufweise. Ein Strahl, der die Reichweite $R = x$ haben soll, benötigt dann nach Gleichung (3) die Energie $\varepsilon_0 = \frac{a}{b}(e^{bx} - 1)$. Die in der Tiefe x noch vorhandene Strahlung ist also gegeben als

$$N(x) = \varkappa \int_{\varepsilon_0 = \frac{a}{b}(e^{bx}-1)}^{\infty} f_0(\varepsilon_0)\, d\varepsilon_0 . \qquad (11)$$

Die Energieverteilung läßt sich aus der Absorptionskurve der Primärstrahlung ableiten. Es ist

$$f_0\left\{\frac{a}{b}(e^{bx} - 1)\right\} = -\frac{1}{a\varkappa} e^{-bx} \frac{dN(x)}{dx} . \qquad (12)$$

Für $bx \ll 1$ geht Gleichung (12) in die Beziehung $f_0(ax) \sim dN(x)/dx$ über, die unter der Voraussetzung gilt, daß der Energieverlust nur auf Ionisation beruht.

Wir können die Strahlung in der Tiefe x durch eine neue Energieverteilung $f_x(\varepsilon_x)$ darstellen. Dabei geht ε_x von o bis ∞. Die Energie $\varepsilon_x = o$ haben die Strahlen, deren Reichweite gerade gleich x ist. Es wird

$$N(x) = \int_{\varepsilon_x = 0}^{\infty} \varkappa f_x(\varepsilon_x)\, d\varepsilon_x . \qquad (13)$$

Zwischen ε_x und ε_0 besteht die Beziehung (2). Wir führen ε_0 ein und erhalten

$$N(x) = \varkappa \int_{\varepsilon_0 = \frac{a}{b}(e^{bx}-1)}^{\infty} f_x\left\{e^{-bx}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b}\right\} e^{-bx}\, d\varepsilon_0 . \qquad (14)$$

Der obige Ausdruck muß identisch sein mit Gleichung (11). Dazu muß sein

$$f_x(\varepsilon_x)\, d\varepsilon_x = f_0\left\{e^{bx}\left(\varepsilon_x + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b}\right\} e^{bx}\, d\varepsilon_x . \qquad (15)$$

Diese Beziehung gibt die Energieverteilung der Primärstrahlung in Funktion der Tiefe.

7. Die Sekundärintensität bei Einfall einer inhomogenen Strahlung. Die in einer Tiefe ξ von den Primärstrahlen der Energie ε_{ξ} erzeugte Sekundärintensität ist, da $f_{\xi}(\varepsilon_{\xi})$ die Zahl der Strahlen mit dieser Energie darstellt, gegeben als $\frac{b}{\sigma_0} \varepsilon_{\xi} f(\varepsilon_{\xi})$. Die gesamte in der Tiefe x vorhandene Sekundärintensität stellt sich dar als

$$S(x) = \frac{b}{\sigma_0} \int_{\xi = \xi_1}^{x} d\xi \int_{\varepsilon_{\xi} = 0}^{\infty} \varepsilon_{\xi} f(\varepsilon_{\xi})\, d\varepsilon_{\xi} . \qquad (16)$$

Die untere Grenze des Integrals ist

$$x < r : \xi_1 = o$$
$$x > r : \xi_2 = x - r .$$

Man erhält wegen $f_{\xi}(\varepsilon_{\xi})\, d\varepsilon_{\xi} = f_0(\varepsilon_0)\, d\varepsilon_0$

$$S(x) = \frac{b}{\sigma_0} \int_{\xi = \xi_1}^{x} d\xi \int_{\varepsilon_0 = \frac{a}{b}(e^{b\xi}-1)}^{\infty} \left[e^{-b\xi}\left(\varepsilon_0 + \frac{a}{b}\right) - \frac{a}{b}\right] f_0(\varepsilon_0)\, d\varepsilon_0 . \qquad (17)$$

1) T. H. Johnson, Phys. Rev. **41**, 545, 1932; H. Schindler, Zeitschr. f. Phys. **72**, 625, 1931.

2) I. C. Street u. R. T. Young, Phys. Rev. **46**, 823, 1934.

Wir versuchen, eine Differentialbeziehung zwischen $S(x)$ und $N(x)$ zu erhalten. Da die Variable x nur an der Grenze des Integrals auftritt, läßt sich durch zweimalige Differentiation und unter Einführung von $N(x)$ aus Gleichung (11) bzw. (12) die Gleichung nach $N(x)$ auflösen. Wir erhalten

$$x < r: \quad \frac{d^2S(x)}{dx^2} + b\frac{dS(x)}{dx} = -\frac{ab}{\sigma_0 \varkappa} N(x). \tag{18a}$$

$$x > r: \quad \frac{d^2S(x)}{dx^2} + b\frac{dS(x)}{dx} = -\frac{ab}{\sigma_0 \varkappa}[N(x) - N(x-r)]. \tag{18b}$$

Wir haben hiermit eine allgemeine von der Form der Energieverteilung der Strahlung völlig unabhängige Beziehung zwischen dem Verlauf der Primär- und Sekundärintensität erhalten.

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten folgen aus (16) die Bedingungen:

$$x = 0: S_1 = 0 \qquad \frac{dS_1}{dx} = \frac{b}{\sigma_0} E$$

$$x = r: S_2 = S_1 \qquad \left.\frac{dS_2}{dx}\right|_r = \left.\frac{dS_1}{dx}\right|_r - \left.\frac{dS_1}{dx}\right|_0.$$

Dabei ist S_1 die Fkt. im Gebiet $x < r$; S_2 in $x > r$. E ist die pro cm² einfallende Gesamtenergie. Sie ist, wenn γ ein bekannter Umrechnungsfaktor:

$$E = \gamma \int_0^\infty I(x)\,dx.$$

Für den Spezialfall einer homogenen Strahlung, d. h. $N(x) = \text{const}$, folgen als Integral von Gleichung (18) die Beziehungen (5).

8. Ableitung der Energieverteilung aus der Absorptionskurve bei Berücksichtigung der Sekundärstrahlung. Die Aufgabe einer Analyse besteht in der Ermittlung der Energie- oder Reichweitenverteilung der Strahlung. Hierzu muß der Verlauf der Primärstrahlung allein bekannt sein. Die mit der Ionisationskammer gemessene Absorptionskurve $I(x)$ gibt jedoch die Summe von Primär- und Sekundärionisation.

$$I(x) = S(x) + \lambda N(x). \tag{19}$$

Die Gleichungen (18), welche den Zusammenhang zwischen N und S geben, gestatten aber nunmehr, eine der beiden Funktionen zu eliminieren. Wir setzen $S(x)$ aus Gleichung (19) in (18) ein und erhalten:

$$x < r: \quad \frac{d^2N(x)}{dx^2} + b\frac{dN(x)}{dx} - \frac{ab}{\sigma_0 \varkappa \lambda} N(x) = \frac{1}{\lambda}\frac{d^2I(x)}{dx^2} + \frac{1}{\lambda} b \frac{dI(x)}{dx} \tag{20a}$$

$$x > r: \quad \frac{d^2N(x)}{dx^2} + b\frac{dN(x)}{dx} + \frac{ab}{\sigma_0 \varkappa \lambda}[N(x-r) - N(x)] = \frac{1}{\lambda}\frac{d^2I(x)}{dx^2} + \frac{1}{\lambda} b \frac{dI(x)}{dx}. \tag{20b}$$

Mittels dieser Gleichungen läßt sich der Verlauf der Primärstrahlung aus der Absorptionskurve bestimmen. Ist dies geschehen, so folgt sofort die Energieverteilung der Strahlung aus Gleichung (11).

Wir haben bisher versucht, möglichst allgemein vorzugehen. Die Formeln lassen sich aber unter Umständen noch vereinfachen. So kann man für Werte $x \gg r$ die Funktion $N(x-r)$ an der Stelle x entwickeln und erhält dann eine ziemlich einfache Gleichung, die nur noch die Funktion an der Stelle x enthält.

Eine noch viel einfachere Form erhält man unter der Annahme, daß die Energie der Primärstrahlung auf der Strecke r konstant bleibt, also $r = 0$ gesetzt werden kann. Die Gesamtionisation durch Sekundärstrahlen, $S(x)$, ist dann direkt proportional dem in Sekundärstrahlung umgesetzten Teil der Primärenergie. Die Integrationen über ξ fallen weg und die Differentialgleichungen reduzieren sich auf Gleichung erster Ordnung.

Die Anwendung der Formeln soll in einer folgenden Arbeit versucht werden.

Zusammenfassung. Es wird angenommen, daß ein Primärstrahl durch Ionisation und durch eine seiner Energie proportionale Bildung von Sekundärstrahlung absorbiert wird. Hiermit werden die Energie in Funktion der Tiefe und die Reichweite berechnet. Es werden verschiedene Möglichkeiten der Ionisation durch Sekundärstrahlung diskutiert, deren Reichweite dann in erster Näherung als konstant vorausgesetzt wird. Die Ionisation einer homogenen Primärstrahlung stellt sich dann als Überlagerung eines exponentiellen und eines konstanten Gliedes dar. Es ergibt sich eine Darstellung für die Sekundäreffekte und deren starke Zunahme mit der Höhe. Es wird dann die Absorption einer inhomogenen Strahlung untersucht und, unter voller Berücksichtigung des Beitrages der Sekundärstrahlung, die Energieverteilung aus der Absorptionskurve abgeleitet.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Dr. E. L. da Fonseca Costa für die Ermöglichung der Arbeit meinen besten Dank auszusprechen.

Rio de Janeiro, Instituto Nacional de Technologia do Ministerio do Trabalho.

(Eingegangen 17. Juli 1935.)

Zur molekularen Schwarmbildung in Flüssigkeiten.

Von Richard Gans.

Läßt man eine ebene Welle linear polarisierten Lichts in eine Flüssigkeit einfallen, so beobachtet man bekanntlich senkrecht zur Richtung des Primärstrahls gestreutes Licht, das im wesentlichen von den Dichteschwankungen in der Flüssigkeit herrührt.

Pflanzt sich der Primärstrahl in der x-Richtung fort, schwingt sein elektrischer Vektor in der z-Richtung, und beobachtet man in der y-Richtung, so würde das Streulicht, wenn es sich nur um Dichteschwankungen handelte, linear polarisiert sein, und zwar hätte es als Schwingungsrichtung — ebenso wie der Primärstrahl — die z-Achse. In Wahrheit ist das Sekundärlicht aber im allgemeinen eine Mischung von linear polarisiertem und natürlichem Licht, d. h. man beobachtet sekundär auch eine Schwingungskomponente in der x-Richtung. Der Grund für diese Depolarisation des Streulichts ist der, daß nicht nur Dichteschwankungen, sondern auch zufällige Anisotropien in den Volumelementen auftreten.

Daß das Streulicht wirklich eine Mischung von linear polarisiertem und natürlichem Licht ist, kann man u. a. daran erkennen, daß man Primärlicht einfallen läßt, dessen elektrischer Vektor parallel der Beobachtungsrichtung (y-Achse) schwingt. Dann hat das Streulicht nämlich sowohl eine Komponente, die in der x-Richtung, als eine, die in der z-Richtung schwingt, und diese beiden Komponenten haben in der Beobachtungsrichtung gleiche Intensität.

Nun hat Krishnan[1]) kürzlich beobachtet, daß zwei Flüssigkeiten, die sich oberhalb einer bestimmten Temperatur vollkommen mischen, unterhalb dieser kritischen Temperatur sich aber in zwei Schichten trennen, oberhalb der kritischen Temperatur bei der zuletzt geschilderten Versuchsanordnung Streulicht aufweisen, das nicht natürliches Licht, sondern eine Mischung von natürlichem und linear polarisiertem Licht ist. Seine Deutung, daß es sich hier um Schwarmbildung der Moleküle handelt, wird richtig sein, und da diese Beobachtungsmethode unter günstigen Bedingungen vielleicht sogar geeignet ist, den Effekt bei einheitlichen Flüssigkeiten zu beobachten[2]), wollen wir uns die Frage stellen, wie er sich erklärt, und was für Schlüsse man aus der Messung des Depolarisationsgrades bezüglich der Größe und Gestalt des Schwarms ziehen kann.

1) R. S. Krishnan, Mem. Ind. Inst. of Sc. **1**, 211, 1934; Proc. Ind. Acad. of Sc. **1**, 915, 1935.

2) Das wird am leichtesten in der Nähe des kritischen Punkts glücken.

Dabei sollen unsere Betrachtungen zunächst einmal möglichst einfach angestellt werden, selbst auf die Gefahr hin, nicht allen Forderungen der Strenge zu genügen, aber doch immerhin so, daß das Wesentliche bei unseren Überlegungen in die Erscheinung tritt.

Die erste Frage ist die, warum die bisherige Theorie die Krishnansche Beobachtung nicht darstellen kann. Die Antwort lautet: weil man bisher die Entfernungen, in welchen eine von den Schwankungen an einem bestimmten Ort abhängige Schwankung eintritt, als unendlich klein gegenüber der Wellenlänge angesehen hat.

Wir wollen im Gegensatz dazu voraussetzen, daß die Schwankungen der einzelnen Volumelemente nicht voneinander unabhängig sind. Das ist nichts Neues. Bereits Ornstein und Zernike[1]) haben das getan, und Placzek[2]) hat sich des weiteren in die Frage vertieft, allerdings ohne etwa spontan auftretende Anisotropien zu berücksichtigen.

Anstatt auf die feinere Analyse der genannten Autoren einzugehen, die eine bestimmte Fernwirkung der Schwankungsbeeinflussung annehmen und ableiten, wollen wir voraussetzen, daß in einem Volumen endlicher Ausdehnung von bestimmter Größe und im Mittel gegebener Gestalt die Schwankung überall dieselbe sei, während sie außerhalb dieses Volumens Werte annimmt, die von jener völlig unabhängig sind.

Wir pauschalieren also in dieser Mitteilung die Schwankungskorrelation oder, wie man auch sagen könnte, Schwankungskohärenz der einzelnen Volumenelemente, die in Wahrheit vom gegenseitigen Abstand zweier Volumenelemente abhängt und mit wachsender Entfernung gegen Null strebt, indem wir sagen: innerhalb eines gewissen Gebiets ist die Schwankung überall dieselbe, zwischen der Schwankung in einem Punkte des Gebiets und einem außerhalb desselben liegenden besteht keinerlei Beziehung. Eine solche scharfe Grenze besteht sicherlich nicht, und darin bleiben wir hinter Ornstein und Zernike zurück, aber im Ergebnis wird nichts wesentlich anderes herauskommen als bei ihnen, denn die Funktion, die bei ihnen die Kohärenz der Schwankungen in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung ausdrückt, enthält eine Konstante, die man auch als Größe des Gebiets der Korrelationen deuten muß.

Indem wir aber außer Dichteschwankungen noch zufällige Abweichungen von der Isotropie, d. h. Orientierungsschwankungen annehmen, gehen wir umgekehrt über die holländischen

1) L. S. Ornstein u. F. Zernike, Physik. Zeitschr. **27**, 761, 1926.

2) G. Placzek, Physik. Zeitschr. **31**, 1052, 1930.

Physiker hinaus, und diese Annahme ist, wie man weiß, schon nötig, um die beobachtete Depolarisation zu erklären, sie ist aber auch, wie wir sehen werden, erforderlich, um von der von Krishnan festgestellten Erscheinung Rechenschaft zu geben.

Nach dem Gesagten nehmen wir also ein Gebiet τ an, in dem eine Schwankung der optischen Dielektrizitätskonstanten vorhanden ist; die Hauptachsen der Anisotropie dieser Schwankung seien die ξ-, η-, ζ-Achsen und die ihnen entsprechenden Schwankungswerte $\Delta\varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon_2$, $\Delta\varepsilon_3$.

Die Richtungen dieser Hauptachsen seien in dem raumfesten System x, y, z durch das Schema

	x	y	z
ξ	α_1	α_2	α_3
η	β_1	β_2	β_3
ζ	γ_1	γ_2	γ_3

(1)

festgelegt.

Die ebene Welle des linear polarisierten einfallenden Lichts genügt nach Abtrennung der Amplitude und des Faktors $e^{i\omega t}$ der Gleichung

$$\mathfrak{E}_y = e^{-ikx'}, \tag{2}$$

wo

$$k = \frac{2\pi}{\lambda'}$$

ist, unter λ' die Wellenlänge in der Flüssigkeit verstanden.

Aus Gleichung (2) und (1) folgt dann

$$\mathfrak{E}_\xi = e^{-ikx'}\alpha_2; \quad \mathfrak{E}_\eta = e^{-ikx'}\beta_2; \quad \mathfrak{E}_\zeta = e^{-ikx'}\gamma_2,$$

und der Hertzsche Vektor, aus dem sich das Streulicht berechnet, wird

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}_\xi &= \int \Delta\varepsilon_1 \cdot \alpha_2 \cdot \frac{e^{-ik(x'+R)}}{R}\, d\tau', \\ \mathfrak{F}_\eta &= \int \Delta\varepsilon_2 \cdot \beta_2 \cdot \frac{e^{-ik(x'+R)}}{R}\, d\tau', \\ \mathfrak{F}_\zeta &= \int \Delta\varepsilon_3 \cdot \gamma_2 \cdot \frac{e^{-ik(x'+R)}}{R}\, d\tau', \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wo R der Abstand des Quellpunkts vom Aufpunkt ist und die Integration sich über das nach Form und Größe ganz bestimmt angenommene Kohärenzgebiet erstreckt.

Aus Gleichung (3) ergibt sich mittels (1)

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}_x &= (\Delta\varepsilon_1\alpha_1\alpha_2 + \Delta\varepsilon_2\beta_1\beta_2 + \Delta\varepsilon_3\gamma_1\gamma_2)\, I \\ \mathfrak{F}_y &= (\Delta\varepsilon_1\alpha_2^2 + \Delta\varepsilon_2\beta_2^2 + \Delta\varepsilon_3\gamma_2^2)\, I \\ \mathfrak{F}_z &= (\Delta\varepsilon_1\alpha_3\alpha_2 + \Delta\varepsilon_2\beta_3\beta_2 + \Delta\varepsilon_3\gamma_3\gamma_2)\, I, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

wo

$$I = \int \frac{e^{-ik(x'+R)}}{R}\, d\tau' \tag{5}$$

ist.

Da wir $\mathfrak{F}$ nur in Entfernungen brauchen, die gegen die Abmessungen von τ groß sind, können wir mit genügender Näherung

$$R = r - \frac{xx' + yy' + zz'}{r}$$

setzen. Dabei sind x, y, z die Koordinaten des Aufpunktes P; x', y', z' die des Quellpunktes Q. Als Koordinatenursprung sei dabei irgendein Punkt O im Innern von τ gewählt, und r ist der Abstand OP. Im Nenner von Gleichung (5) dürfen wir sogar einfach R durch r ersetzen.

So ergibt sich

$$I = \frac{e^{-ikr}}{r} \int e^{ik\left(\frac{xx'+yy'+zz'}{r} - x'\right)} d\tau'. \tag{6}$$

Diesen Ausdruck hat man in Gleichung (4) einzusetzen und erhält die Feldstärken der gestreuten Kugelwelle in bekannter Weise durch Differentiationen von $\mathfrak{F}$ nach den Koordinaten des Aufpunktes. Im Ergebnis können wir aber alle Terme vernachlässigen, die von höherer Ordnung in $1/r$ sind. Das bedeutet, daß wir in Gleichung (5) nur e^{-ikr} zu differentieren haben, während das r des Nenners sowie die unter dem Integralzeichen stehenden x, y, z als konstant anzusehen sind. Wir können diesen Größen also sofort die im Aufpunkt geltenden Werte $x = z = 0$; $y = -r$ geben. Damit wird

$$I = \frac{e^{-ikr}}{r} \int e^{-ik(x'+y')} d\tau' \tag{7}$$

Das Auftreten dieses Integrals ist physikalisch ohne weiteres verständlich. Der Faktor $e^{-ikx'}$ erklärt sich durch die Verschiedenheit der Phasen, welche die erregende Primärwelle in den einzelnen Punkten des Gebiets τ hat, und der Faktor $e^{-iky'}$ durch die verschieden langen Wege, die das Streulicht von den einzelnen Punkten des Gebiets τ bis zum Aufpunkt zurücklegen muß.

Ist das Gebiet τ so klein gegen λ, daß wir uns auf die zweiten Potenzen der Linearabmessungen von τ beschränken können, so wird aus Gleichung (7), wenn wir als Anfangspunkt 0, der bisher ganz willkürlich war, den geometrischen Schwerpunkt von τ wählen:

$$I = \frac{e^{-ikr}}{r} V \left(1 - \frac{k^2}{2V} \int (x'+y')^2 d\tau'\right)$$

(V Volumen von τ). Diese Beschränkung auf die Quadrate der Lineardimensionen von τ ist für die Deutung der Krishnanschen Beobachtungen bestimmt nicht erlaubt, da bei seinen binären Mischungen oberhalb der Entmischungstemperatur Schwarmgebiete außerordentlicher Größe auftreten müssen, aber wir wollen uns der

Einfachheit halber zunächst auf kleine Schwärme beschränken.

Führen wir mittels Gleichung (1) unter dem Integral ξ, η, ζ ein, und nehmen wir an, daß diese Achsen nicht nur die Hauptachsen der Anisotropie, sondern auch die geometrischen Hauptträgheitsachsen von τ sind, so wird schließlich

$$I = \frac{e^{-ikr}}{r} V \left| 1 - \frac{k^2}{2V} \left[(\alpha_1 + \alpha_2)^2 \Theta_1 + (\beta_1 + \beta_2)^2 \Theta_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \Theta_3 \right] \right| \tag{8}$$

Hier sind die Θ die geometrischen Hauptträgheitsmomente des Schwarmgebiets τ.

Jetzt haben wir alles, um aus dem Hertzschen Vektor (4) die elektrische Feldstärke des Streulichts im Aufpunkte zu berechnen. Sie wird mit Unterdrückung eines uns nicht interessierenden Faktors und mit den Abkürzungen

$$g_1 = \Delta\varepsilon_1 \cdot V; \quad g_2 = \Delta\varepsilon_2 \cdot V; \quad g_3 = \Delta\varepsilon_3 \cdot V \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} f_x &= (g_1\alpha_1\alpha_2 + g_2\beta_1\beta_2 + g_3\gamma_1\gamma_2) \left| 1 - \frac{k^2}{2V} \left[(\alpha_1 + \alpha_2)^2 \Theta_1 + (\beta_1 + \beta_2)^2 \Theta_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \Theta_3 \right] \right| \\ f_z &= (g_1\alpha_3\alpha_2 + g_2\beta_3\beta_2 + g_3\gamma_3\gamma_2) \left| 1 - \frac{k^2}{2V} \left[(\alpha_1 + \alpha_2)^2 \Theta_1 + (\beta_1 + \beta_2)^2 \Theta_2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \Theta_3 \right] \right|. \end{aligned}\right| \tag{10}$$

Bildet man die quadratischen Mittelwerte dieser Ausdrücke für alle möglichen Orientierungen des Schwarmgebiets im Raume, so wird

$$\left.\begin{aligned} \overline{f_x^2} &= \frac{\Gamma}{30} - \frac{k^2}{105\,V} \left[3\Gamma(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) - 2P \right] \\ \overline{f_z^2} &= \frac{\Gamma}{30} - \frac{k^2}{105\,V} \left[2\Gamma(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) + P \right] \end{aligned}\right| \tag{11}$$

mit den Abkürzungen

$$\left.\begin{aligned} \Gamma &= (g_2 - g_3)^2 + (g_3 - g_1)^2 + (g_1 - g_2)^2 \\ P &= (g_2 - g_3)^2\Theta_1 + (g_3 - g_1)^2\Theta_2 + (g_1 - g_2)^2\Theta_3. \end{aligned}\right| \tag{12}$$

Der Depolarisationsgrad dieses Streulichts bei der in Frage kommenden Erregung durch Licht, das parallel der Blickrichtung schwingt, ist

$$\Delta_h = \frac{\overline{f_x^2}}{\overline{f_z^2}}. \tag{13}$$

Dieser wird Eins, d. h. der Krishnan-Effekt bleibt aus, erstens wenn das Schwarmgebiet unendlich klein gegen die Wellenlänge ist ($k \to \infty$), zweitens aber auch, wenn der Schwarm Kugelsymmetrie hat ($\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3$).

Wir wollen noch drei besondere Fälle bezüglich der Form des Schwarmgebiets betrachten. Das Gebiet sei

a) ein dünner Faden der Länge l

$$\left(\Theta_1 = \Theta_2 = 0; \quad \Theta_3 = V\,\frac{l^2}{12}\right),$$

b) kugelförmig

$$\left(\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = V\,\frac{r^2}{5}\right),$$

c) eine flache Scheibe des Radius ϱ

$$\left(\Theta_1 = \Theta_2 = \frac{V\varrho^2}{4}; \quad \Theta_3 = 0\right).$$

Dann wird

a) $$\Delta_h = 1 - \frac{k^2 l^2}{42}\left[1 - 3\,\frac{(g_1 - g_2)^2}{\Gamma}\right]$$

b) $$\Delta_h = 1$$

c) $$\Delta_h = 1 - \frac{k^2\varrho^2}{7}\left[1 - \frac{3}{2}\,\frac{(g_2 - g_3)^2 + (g_3 - g_1)^2}{\Gamma}\right].$$

Ist insbesondere im Falle a) $g_1 = g_2$ sehr klein, g_3 dagegen groß, so wird

$$\Delta_h \leqq 1 - \frac{k^2 l^2}{14}.$$

Ist zweitens im Falle c) $g_1 = g_2$, so wird

$$\Delta_h \leqq 1 + \frac{k^2\varrho^2}{14},$$

d. h. also von der optischen Anisotropie ganz unabhängig.

Würde man diese Formeln wenigstens qualitativ auf die Krishnanschen Versuche anwenden dürfen, müßte man schließen, daß bei seinen Mischungen, bei denen durchweg $\Delta_h < 1$ war, fadenförmige Schwärme vorlagen.

Nehmen wir einmal den fiktiven Fall, daß man bei einer Nikolstellung von 43° Halbschatten beobachtet anstatt bei 45°, wie es ohne Schwarmbildung sein müßte, daß ferner die effektive Wellenlänge 400 mμ beträgt, und daß die Flüssigkeit den Brechungsindex 1,5 hat, so würde sich ergeben, daß die fadenförmigen Schwärme eine Länge von 99 mμ haben.

Der Vollständigkeit halber sollen noch die Formeln angegeben werden, welche gelten, wenn das linear polarisierte Primärlicht parallel der z-Achse schwingt, wie das bei den Messungen des gewöhnlichen Depolarisationsgrades zwecks Bestimmung der Anisotropie üblich ist. Dann ist

$$\left.\begin{aligned}\overline{f_x^2} &= \frac{\Gamma}{30} - \frac{k^2}{105\,\Gamma}\,[2\,\Gamma(\Theta_1+\Theta_2+\Theta_3)+P]\\ \overline{f_z^2} &= \frac{(g_1+g_2+g_3)^2}{5} - \frac{4}{15}(g_2g_3+\cdot\cdot) - \frac{2\,k^2}{105\,\Gamma}\,\{[9\,(g_1^2+g_2^2+g_3^2)+4\,(g_2g_3+\cdot\cdot)]\,(\Theta_1+\Theta_2+\Theta_3)\\ &\qquad - 6\,P + 2\,(g_2g_3\Theta_1+g_3g_1\Theta_2+g_1g_2\Theta_3)\}.\end{aligned}\right| \quad (14)$$

Der diesem Fall entsprechende Depolarisationsgrad

$$\Delta_e = \frac{\overline{f_x^2}}{\overline{f_z^2}} \quad (15)$$

weist also wegen der Schwarmbildung Zusatzglieder auf, die bei reinen einheitlichen Flüssigkeiten unter normalen Umständen allerdings kaum von praktischer Bedeutung sein werden.

Königsberg i. P., 8. Oktober 1935, II. Physikalisches Institut.

(Eingegangen 11. Oktober 1935.)

Über den Wigandschen Sichthorizont.

Von F. Löhle.

Zusammenfassung: Die Theorie der Sichtmesser von Wigand, Jones und Scharonow wird berichtigt. Mit Hilfe der richtigen Reduktionsformel werden die Potsdamer Sichtbeobachtungen neu bearbeitet. In ähnlicher Weise werden die Beobachtungen von Wigand neu ausgewertet. Dadurch wird der Widerspruch zwischen dem beobachteten und dem von der Theorie erwarteten Sichthorizont behoben.

§ 1. Aufgabe. Die optische Trübung der Luft nimmt mit der Entfernung nach der sog. Luftlichtformel zu:

$$h_s = i_g\,(1 - e^{-a_0 l}). \quad (1)$$

Hierin bedeuten h_s die scheinbare Helligkeit bewaldeter Höhen, i_g die Horizonthelligkeit in der Blickrichtung, a_0 den mittleren Zerstreuungskoeffizienten in der Luft und l die Entfernung des Zieles. h_s ist praktisch identisch mit dem Luftlicht, da Nadel- und Mischwald eine zu vernachlässigende Albedo haben.

Das Luftlicht hellt die Ziele im Gelände auf, vermindert ihren Kontrast mit dem angrenzenden Horizont und setzt die Sichtweite entsprechend herab.

Seit langem bestehen zwei Verfahren der Sichtmessung nebeneinander:

1. ein photometrisches Verfahren,
2. eine Art Auslöschphotometrie.

Nach dem ersten Verfahren wird das Luftlicht mit Hilfe eines Sichtphotometers[1]) unmittelbar gemessen, nach der zweiten Methode wird zu dem in der Natur vorgefundenen Luftlicht künstliches Streulicht solange hinzugefügt, bis der Kontrast eines Zieles gegenüber seiner Umgebung verschwindet.

Nach dieser älteren Methode arbeiten die sog. Sichtmesser von Jones[2]), Scharonow[3]) und Wigand[4]). Die nach dem photometrischen Verfahren mittlerweile gewonnenen Ergebnisse lassen nunmehr eine Stellungnahme zu dieser veralteten[5]) Sichtmessung zu. Danach muß die Theorie der fraglichen Instrumente eine Berichtigung erfahren.

§ 2. Der Sichtmesser von Wigand. Die Mattglastrübung des Wigandschen Sichtmessers ist vom auffallenden Vorderlicht $E(\alpha)$ abhängig. Die Trübung $B(\alpha)$ nehme mit der

1) F. Löhle, Zeitschr. f. techn. Phys. **16**, 73, 1935, ferner „Über Luftlichtmessungen im Schwarzwald", erscheint demnächst, und Meteorol. Zeitschr. **46**, 49, 1929, im folgenden mit Potsdamer Luftlichtmessungen bezeichnet.

2) Lloyd A. Jones, Phil. Mag. **39**, 96, 1920.

3) W. Scharonow, C. r. de l'ac. des sc. de l'URSS. **3**, 502, 1934.

4) A. Wigand, Gerl. Beitr. z. Geophys. **17**, 348, 1927.

5) Was ihre wiederholte Anwendung auch in jüngster Zeit nicht verhindert hat. Vgl. G. Boljahn, Ann. d. Hydrogr. u. marit. Meteorol. **62**, 429, 1934, und H. Sebastian, Gerl. Beitr. z. Geophys. **45**, 35, 1935, wo auch ein ausführliches Literaturverzeichnis zu finden ist.

Filterdicke d und nach Maßgabe des Zerstreuungskoeffizienten p des Mattglases entsprechend der Luftlichtformel zu, d. h. es gelte:

$$B(\alpha) = E(\alpha)(1 - e^{-pd}) \,. \qquad (2)$$

Im Augenblick des Verschwindens eines Zieles in einer passend gewählten Mattglastrübung $B(\alpha)$ erreiche der Kontrast zwischen Ziel und Umgebung die relative Unterschiedsschwelle des Auges, d. h.

$$\frac{\text{Bildhelligkeit des Zieles} - \text{Bildhelligkeit der Umgebung}}{\text{Bildhelligkeit der Umgebung}} \to \text{relative Unterschiedsschwelle des Auges}$$

$$\frac{H_z^* - i_g^*}{i_g^*} \to \varepsilon \qquad \begin{matrix} H_z^* > i_g^* : & \varepsilon > 0 \\ H_z^* < i_g^* : & \varepsilon < 0 \,. \end{matrix} \qquad (3)$$

Die hinter dem Mattglas wahrgenommene Zielhelligkeit H_z^* berechnet sich aus der scheinbaren Flächenhelligkeit H_z' des Zieles unter Berücksichtigung der durch das Mattglas bewirkten Aufhellung und bei Mitnahme einer Zielgrößenkorrektion $\sigma e^{-c\omega^2}$ wegen der Verschiedenheit der Sehwinkel ω der Ziele zu:

$$H_z^* = H_z' e^{-pd} + B(\alpha)(1 - e^{-pd}) - \sigma e^{-c\omega^2} . \qquad (4)$$

Durch Einführung der wahren Flächenhelligkeit H_z eines Zieles beliebiger Albedo und der Luftlichtformel (1) geht (4) über in:

$$\left.\begin{aligned} H_z^* = {} & \left(H_z e^{-a_0 l} + i_g (1 - e^{-a_0 l})\right) e^{-pd} \\ & + B(\alpha)(1 - e^{-pd}) - \sigma e^{-c\omega^2} . \end{aligned}\right| \qquad (5)$$

Die hinter dem Mattglas wahrgenommene Horizonthelligkeit ergibt sich entsprechend zu:

$$i_g^* = i_g e^{-pd} + B(\alpha)(1 - e^{-pd}) \qquad (6)$$

(5) und (6) werden in (3) eingesetzt. Nach passender Umformung wird (3) logarithmiert, mit a_0 multipliziert und auf den folgenden Ausdruck gebracht:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{a_0} \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{H_z}{i_g} - 1\right)\right) &= l + \frac{1}{a_0} \ln \frac{1 + q}{1 - \Sigma} \\ q &= \frac{B(\alpha)}{i_g}(e^{pd} - 1) \\ \Sigma &= \frac{\sigma}{H_z - i_g} e^{-c\omega^2 - pd + a_0 l} \qquad \begin{matrix} H_z \gtrless i_g : \sigma > 0 \\ H_z = 0 \;\; : \sigma < 0 \,. \end{matrix} \end{aligned}\right| \qquad (7)$$

Die linke Seite ist identisch mit der Sichtweite s eines Zieles beliebiger Albedo [vgl. weiter unten Gleichung (15)]. Die für den Wigandschen Sichtmesser gültige Reduktionsformel nimmt damit die folgende Form an:

$$s = l + \frac{1}{a_0} \ln \frac{1 + q}{1 - \Sigma} \,. \qquad (8)$$

Bekanntlich hat A. Wigand die Abhängigkeit der Mattglastrübung vom einfallenden Vorderlicht vernachlässigt und für die Beziehung zwischen Luftlicht und Mattglastrübung einen von der Wirklichkeit abweichenden Ansatz gemacht. Dadurch kam die Rechnung auf Abwege.

§ 3. Die Trübungsmesser von Jones und Scharonow. Das Meßprinzip des Wigandschen Sichtmessers liegt auch den Trübungsmessern von Jones und Scharonow zugrunde; nur die technische Ausführung der fraglichen Instrumente weicht vom Mattglas-Sichtmesser in unwesentlichen Einzelheiten ab: Die Bildaufhellung wird nicht durch Mattgläser besorgt, sondern durch einen künstlichen Helligkeitsschleier[1]). Die Schwächung des Landschaftsbildes wird im Falle des Wigandschen Sichtmessers durch die geringe und daher oben vernachlässigte Absorption des Lichtes in den Mattgläsern bewirkt; Jones und Scharonow bedienen sich eines Graukeiles.

Als Ziel der Theorie schwebt Jones und Scharonow der Zerstreuungskoeffizient der Luft als exaktes Maß der Lufttrübung vor. In Ermanglung der Luftlichtformel bleibt die Rechnung auf halbem Wege stecken.

Beiden Sichtmessern liegt der bekannte Ansatz — Gleichung (3) — für den Fall des Verschwindens der Bildeinzelheiten zugrunde.

1) Zu diesem Zweck läßt Jones das Licht einer verstellbaren, elektrischen Glühbirne mit Hilfe einer in den Strahlengang gestellten, halb versilberten Glasplatte in das Auge des Beobachters fallen. Scharonow benutzt an Stelle der künstlichen Lichtquelle das Oberlicht.

Die Bildhelligkeit H_z^* berechnet sich aus der scheinbaren Flächenhelligkeit

$$H_z e^{-a_0 l} + i(1 - e^{-a_0 l})$$

bei gegebener optischer Trübung

$$h_s = i_g(1 - e^{-a_0 l})$$

(Bezeichnungen wie oben §§ 1 u. 2) mit Hilfe der benötigten Schwächung $T = e^{-Kx}$ (K = Keilgradient, x = Ablesung in Skalenteilen) und dem eingestellten Helligkeitsschleier (d. h. dem künstlichen Streulicht) B zu:

$$H_z^* = (H_z e^{-a_0 l} + i_g(1 - e^{-a_0 l}))T + B. \quad (9)$$

Aus (9) ergibt sich, wenn $\frac{B}{i_g} = V_b$ gesetzt wird:

$$e^{a_0 l}\left(1 + \frac{V_b}{T}\right) = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{H_z}{i_g} - 1\right). \quad (10)$$

Danach erfahren die Sichtformeln von Jones und Scharonow die folgende Erweiterung bzw. Berichtigung:

$$a_0 = \frac{1}{l} \ln \frac{\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{H_z}{i_g} - 1\right)}{1 + \frac{V_b}{T}}. \quad (11)$$

Im Falle des Trübungsmessers von Scharonow ist V_b = const. Gleichung (11) ist gültig für schwarze ($H_z = 0 : \varepsilon < 0$) und weiße (graue) ($H_z > i_g : \varepsilon > 0$, $H_z < i_g : \varepsilon < 0$) Ziele.

Für die Sichtweite s [vgl. Gleichung (15)] eines Zieles beliebiger Albedo folgt daraus:

$$s = l + \frac{1}{a_0} \ln\left(1 + \frac{V_b}{T}\right). \quad (12)$$

Die von Scharonow für den mittleren Zerstreuungskoeffizienten abgeleitete Formel konnte nicht endgültig sein, weil der von ihm gemachte Ansatz für die Luftlichtformel nur eine schlechte, erste Näherung darstellt. Jones mußte in Ermanglung einer Luftlichtformel bei der sog. Sichtigkeit V_b stehen bleiben [„visibility" bei reinem Helligkeits(brightness)kontrast]. V_b ist gleich dem „fehlenden Luftlicht", d. h. gleich jenem Betrag künstlichen Streulichts, der zu dem in der Natur vorgefundenen Luftlicht hinzugefügt werden muß, um den Helligkeitskontrast k eines Zieles mit seiner Umgebung auf einen vorgegebenen Grenzwert herabzudrücken. V_b ist danach definiert durch die Bedingung:

Künstliches Streulicht + Luftlicht vor schwarzem Ziel = Horizonthelligkeit

oder

$$B + i_g(1 - e^{-a_0 l}) = i_g. \quad (13)$$

Aus $l \to L$ [1]) und $k - 1 \to \varkappa$ folgt $\frac{B}{i_g} = V_b \to e^{-a_0 L}$.

Die von Jones für die Sichtigkeit abgeleitete Formel geht damit über in den folgenden Ausdruck für die Luftlichtweite eines Zieles beliebiger Albedo:

$$L = \frac{1}{a_0} \ln\left(\frac{1}{\varkappa}\left(\frac{H_z^*}{i_g} - 1\right)\right) \begin{array}{l} H_z > i_g : \varkappa > 0 \\ H_z < i_g : \varkappa < 0 \\ H_z = 0 : \varkappa < 0 \end{array}. \quad (14)$$

Der Übergang $L \to s$ von der Luftlichtweite L auf die Sichtweite s ist an die Bedingung $\varkappa \to \varepsilon$ der zufälligen [2]) Übereinstimmung des vorgegebenen Grenzwertes $\varkappa$ mit der von den jeweiligen Beobachtungsbedingungen abhängigen Kontrastschwelle ε = const. [3]) geknüpft.

§ 4. Der Sichthorizont bewaldeter Höhen. Eine Neubearbeitung der Potsdamer Sichtbeobachtungen mit dem Wigandschen Sichtmesser unter Zugrundelegung der verbesserten Sichtformel führte zu einem wesentlich besseren Einklang zwischen Beobachtung und Theorie.

Zur Berechnung von q [vgl. Gleichung (8)] werden Messungen des Vorderlichtes $E(\alpha)$ in Abhängigkeit vom Azimut α bei Abblendung der direkten Sonnenstrahlung benötigt. In Ermanglung von diesbezüglichen Beobachtungsergebnissen wurde zurückgegriffen auf Dornos

1) Die Luftlichtweite L gehorcht der photometrischen Bedingungsgleichung:

$$\frac{h_L - i_g}{i_g} \to \varkappa, \quad h_L \to i_g, \quad \varkappa = k - 1 = \text{const.}$$

h_L ist gleich dem Luftlicht einer Sehstrahlpyramide von Luftlichtweite und gleich einem vorgegebenen Prozentsatz k der Horizonthelligkeit. Die Sichtweite s wird definiert auf Grund des auf das Auge bezogenen Ansatzes:

$$\frac{h_s - i_g}{i_g} \to \varepsilon, \quad h_s \to i_g, \quad \varepsilon \neq \text{const.}$$

Unter den Beobachtungsbedingungen im Freien ist die relative Unterschiedsschwelle ε des Auges keine konstante Größe (wie im Dunkelraum beim Photometrieren), sondern eine verwickelte Funktion der Tageshelligkeit H_0, des Vorderlichtes $E(\alpha)$, der Horizonthelligkeit $i_g(\alpha)$, des Sehwinkels ω, der Tönung des Landschaftsbildes, d. h. des Farbtones λ_m und der Sättigung S:

$$\varepsilon = \Phi(H_0, E(\alpha), i_g(\alpha), \omega, \lambda_m, S).$$

2) Die Benutzung der Sichtmesser von Jones, Scharonow und Wigand behebt die hier vorliegende Schwierigkeit nicht. Die fraglichen Instrumente rücken durch das zusätzliche, künstliche Luftlicht mehr oder weniger gut sichtbare Ziele zwar sozusagen in Sichtweite; dadurch wird aber das hier vorliegende, an die astronomische Auslöschphotometrie erinnernde physiologische Schätzungsverfahren keineswegs in eine exakte, photometrische Messung übergeführt.

3) Im Gegensatz zu H. Koschmieder, Beitr. z. Phys. der fr. Atm. **12**, 33, 171, 1926.

Messungen der Himmelshelligkeit und die Auswertung derselben zur Berechnung der Flächenhelligkeit einer Lambertschen Fläche der Albedo 1 durch Koschmieder (l. c. S. 48, Tab. 3). Bei Ausschaltung des direkten Sonnenlichtes berechnet sich das Vorderlicht $E(\alpha)$ in Abhängigkeit vom Azimut α zu:

Tabelle I.

α	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$E(\alpha)$	2,82	2,54	2,13	1,63	1,46	1,42	1,48
$i_g(\alpha)$	1,00	0,78	0,57	0,37	0,29	0,24	0,20
$Q = C\frac{E}{i_g}$	2,82	3,26	3,74	4,40	5,03	5,91	7,40

Die angeführten Horizonthelligkeiten $i_g(\alpha)$ als Funktion von α sind die auf eine Sonnenhöhe von rund 50° bezogenen Mittelwerte aus 7 Beobachtungsreihen der Potsdamer Messungen[1]). i_g ist für $\alpha = 0$ gleich 1,00 gesetzt.

Q ist bestimmt bis auf einen konstanten Faktor C. C ist von der Größenordnung 1 und abhängig von der Öffnung des zu verwendenden Blendentubus[2]) vor den Mattgläsern. Der Zerstreuungskoeffizient p der Mattgläser wird von Wellmann[3]) auf Grund der Messungen Benders angegeben zu $p = 0{,}136$ pro Filterstufe[4]).

Zur Bestimmung von σ und c [vgl. Gleichung (4)] wurden die schon l. c. ausgesuchten und in westlicher Richtung vom Observatorium gelegenen 6 Ziele des Havellandes herangezogen. Ihre scheinbaren Sehwinkel schwanken innerhalb der Grenzen: $0{,}2° < \omega < 1{,}1°$. C wurde versuchsweise gleich 1, d. h. $Q = \frac{E}{i_g}$ gesetzt. Auf diese Weise ergeben sich erste Näherungswerte für σ und c. Außerdem wurde für die Beobachtungsreihe vom 14. 7. 1929, Tab. 3, l. c. S. 57, $s(\alpha) =$ const. angenommen und die der Bedingung (8) $s(\alpha) =$ const. genügenden σ- und c-Werte graphisch ausgeglichen. An die obengenannten vorläufigen Näherungswerte von σ und c brauchte nur eine in Anbetracht der Unsicherheit der Filtereinstellung geringfügige Verbesserung angebracht werden.

Die mit der Korrektionsgröße $\sigma e^{-c\omega^2}$ vorgenommene Neubearbeitung der Beobachtungsreihe vom 13. 7. 1929 führte zu einem völlig veränderten Sichthorizont. Das Sichtmaximum in Richtung ungefähr senkrecht zum Sonnenvertikal verschwand. (Gestrichelte Kurve in Fig. 1). Der neue Sichthorizont ist durch ein Sichtminimum unter der Sonne und ein Sichtmaximum gegenüber der Sonne gekennzeichnet. Vgl.

Fig. 1.

..... Sichthorizont nach der Formel von Wigand;
– – – Sichthorizont nach der berichtigten Reduktionsformel (vgl. Gleichung [8]);
←⊙ Sonnenvertikal;
←< Windrichtung;
◁ Bereich starker Störung der Gleichverteilung des Dunstes (Stadtgebiet von Berlin).

Vgl. Potsdamer Luftlichtmessungen, l. c. S. 57, Tabelle 3, 13. 7. 29:
$h_\odot = 15{,}8°$, $\alpha_\odot = -105{,}7°$, $\odot_\odot$, $SE_{5{,}0\,\mathrm{m\,sec^{-1}}}$;
Sichtweite (geschätzt): 12–23 km.

Fig. 1. Das ist aber eine mit der Theorie[1]) verträgliche Sichtverteilung: Sie ist zu erwarten im Falle ansteigender optischer Trübung in Richtung auf die Sonne zu bzw. bei abnehmendem Zerstreuungskoeffizienten in Richtung der Sonnenstrahlung.

Die verlangte räumliche Verteilung des Dunstes folgt zwangsläufig aus der Wetterlage und den Beobachtungsbedingungen in den frühen Morgenstunden des 13. 7. In Fig. 1 stellt der schwarze Sektor den durch Groß-Berlin gestörten Bereich dar. Ferner ist Sonnenstand und Windrichtung eingezeichnet. Östliche Winde trugen den Berliner Großstadtdunst nach Potsdam. Sie bedingen einen Gradienten der optischen Trübung in der Richtung von Osten nach Westen.

§ 5. Der Wigandsche Sichthorizont. Das wesentliche Ergebnis der Arbeiten Wigands ist der sog. Wigandsche Sichthorizont: Danach soll die Sichtweite von der auf das einfallende Sonnenlicht bezogenen Blickrichtung in

1) Vgl. die Potsdamer Luftlichtmessungen, l. c. S. 54 ff.

2) Vgl. die Potsdamer Luftlichtmessungen S. 55, Abschnitt 3b.

3) P. Wellmann, Veröff. d. Meteorol. Obs. Aachen **5**, 57, 1933; siehe S. 61.

4) L. W. Pollak u. W. Gerlich, Gerl. Beitr. z. Geophys. **37**, 271, 1932. Die von Pollak und Gerlich durchgeführte lichtelektrische Eichung des Wigandschen Sichtmessers (Modell der Firma B. Halle, Berlin) führt auf einen anderen Wert des Zerstreuungskoeffizienten $p' = 0{,}0821$ pro Filterstufe; die Abweichung $p - p'$ ist der Verschiedenheit der Versuchsbedingungen zur Last zu legen. Die von Bender ausgeführten Laboratoriumsmessungen an Zielen bekannter Albedo sind den Arbeitsbedingungen des Wigandschen Sichtmessers in der Wirklichkeit am meisten angepaßt. Vgl. K. Bender, Phil. Diss., Gießen 1931.

1) H. Steinhäusser, Zeitschr. f. Geophys. **10**, 59, 1934.

einer durch die Fig. 2 angedeuteten Weise abhängig sein. Wigand hat im ganzen 5 Sichtextrema festgestellt: Drei relative Sichtminima in den Azimuten 0°, 60° und 180° zum Sonnenvertikal und zwei relative Sichtmaxima in den Azimuten 15° und 113°.

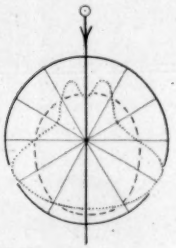

Fig. 2.
..... Sichthorizont nach Messungen von Wigand;
– – – Sichthorizont nach den gleichen, jedoch mit Hilfe der berichtigten Reduktionsformel (vgl. Gleichung (8)) ausgewerteten Beobachtungen Wigands.

Der mit der neuen Sichtformel erzielte Erfolg rechtfertigt eine nachträgliche Rückberechnung der ursprünglichen, dem Wigandschen Sichthorizont zugrunde liegenden Mattglaseinstellungen und eine erneute Reduktion derselben mit Hilfe der neuen Sichtformel. Dazu wurde die schon oben benutzte Funktion $Q(\alpha) = \frac{E}{i_g}$ herangezogen. Die punktierte Kurve in Fig. 3 ist das Bild der in Tab. 1 aufgeführten Funktion $Q(\alpha)$. Zur Berechnung der ursprünglichen Mattglaseinstellungen wurde von dem korrigierten Wigandschen Sichthorizont mit nur drei Sichtextrema ausgegangen. Diesem so berichtigtem Sichthorizont[1]) entspricht der glatte Verlauf der Filtereinstellungen $d = f(\alpha)$ in Fig. 3.

1) Die drei Sichtextrema unter der Sonne sind der Unvollkommenheit des Meßverfahrens zuzuschreiben. Die beiden Sichtminima in 0° und 60° Azimut kann man daher unbedenklich zu einem einzigen Sichtminimum unter der Sonne zusammenfließen lassen. Der Wigandsche Sichthorizont besteht dann nur noch aus den beiden Sichtminima unter und gegenüber der Sonne und dem gut gesicherten Sichtmaximum in Richtung ungefähr senkrecht zum Sonnenvertikal.

Mit dieser Berichtigung soll das scharfe Sichtminimum unter der Sonne nicht allgemein verworfen werden. Bei niedrigem Sonnenstand, vorzugsweise kurz vor Sonnenuntergang, konnte das wiederholte Auftreten und Verschwinden eines ausgesprochenen Sichtminimums unter der Sonne bei wechselnder Beschattung der Rheinebene bzw. der Vogesen häufig vom Schwarzwald aus beobachtet werden. Eine erschöpfende Behandlung der Frage setzt das Eingehen auf die vorliegenden, umfangreichen Tagebuchaufzeichnungen voraus. Hier mag die Bemerkung genügen, daß Wigand (l. c.) das Sichtminimum unter der Sonne mit Recht lediglich im Sinne eines fehlerhaften Meßergebnisses seines Instrumentes wieder zurückgezogen hat und daß Stoye (vgl. K. Stoye, Meteorol. Zeitschr. **44**, 151, 1927) dasselbe nach wie vor als gesichertes Beobachtungsergebnis des bloßen Auges aufrechterhält.

Das Ergebnis der Neuberechnung des Sichthorizonts nach Formel (8) und mit Hilfe der Funktionen $Q(\alpha)$ und $f(\alpha)$ zeigt Fig. 2. Der berichtigte Sichthorizont weist nur noch ein Sichtminimum und ein Sichtmaximum auf. Zur Erklärung derselben genügt die schon oben in Zusammenhang mit Fig. 1 eingeführte Annahme eines Gradienten der optischen Trübung in Richtung der Sonnenstrahlung.

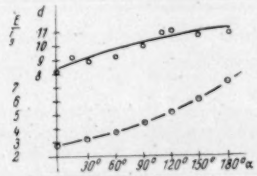

Fig. 3.
Abszisse: Azimutale Entfernung vom Sonnenvertikal;
Ordinate: 1) ⊙ Filtereinstellungen d, rückberechnet mit Hilfe des korrigierten Wigandschen Sichthorizonts;
2) ○ Verhältnis: Vorderlicht E zu Horizonthelligkeit i_g nach Tabelle 1.

Die ursprünglichen Beobachtungswerte Wigands behalten ihre Gültigkeit. Die Berichtigung bezieht sich lediglich auf ihre Auswertung.

Der Wigandsche Sichthorizont ist wiederholt Gegenstand der Kritik[1]) gewesen. Diese blieb nicht ohne Widerspruch[2]). Dabei machte sich der Mangel eines objektiven Vergleichsmaßstabes geltend: Es fehlte ein exaktes Meßverfahren. Erst die Photometrie des Luftlichtes vor schwarzen Zielen erwies sich frei von den Mängeln des Wigandschen Mattglastrübungsmessers: An die Stelle des Mattglases wurde die Photozelle[3]) bzw. der Lummer-Brodhun-Würfel[4]) eingeführt. Dadurch wurde die be-

1) P. Wellmann, l. c.; L. W. Pollak u. W. Gerlich, l. c.; H. Koschmieder, Forschungsarbeiten des Staatlichen Observatoriums Danzig, H. 2, Danzig 1930 (Selbstverlag). Vgl. auch die Potsdamer Luftlichtmessungen.

2) K. Stoye, Meteorol. Zeitschr. **44**, 151, 1927. Vgl. auch die Literaturzusammenstellungen in G. Boljahn, l. c., und H. Sebastian, l. c.

3) Vgl. die Potsdamer Luftlichtmessungen.

4) F. Löhle, Zeitschr. f. techn. Phys., l. c.

stehende Unsicherheit des Verschwindenlassens[1]) eines Zieles in einer Mattglastrübung durch den exakten Vergleich der Zielhelligkeit mit der Horizonthelligkeit bzw. durch die definierte Einstellung zweier Photometerfelder auf Helligkeitsgleichheit beseitigt. Die Unbestimmtheit der Wigandschen Ziele bezüglich ihrer Größe, Farbe, Form und räumlichen Orientierung wurde behoben durch die Einführung von bewaldeten Höhen und Bergabhängen als natürlich schwarze Ziele einheitlicher Albedo, hinreichender Größe und leicht feststellbarer Ausrichtung zum Sehstrahl: Beobachter-Ziel[2]).

Die Kritik des Wigandschen Sichthorizonts hat sich im Laufe der Zeit mehr und mehr von der Beachtung der Wetterlage und der Geländebeschaffenheit ab und den instrumentellen Fehlerquellen zugewandt. Pollak und Gerlich (l. c.) haben sich mit der Eichfähigkeit der Mattglastrübungen beschäftigt. Wellmann (l. c.) hat die Wigandsche Sichtformel zu berichtigen versucht. Wellmann hat auf eine Zielgrößenkorrektion verzichtet. Diese hat sich aber als wesentlich herausgestellt. Die Sichtformel (8) läßt sich für den Fall $\sigma \to 0$ und nach passender Umformung in die von Wellmann angegebene Reduktionsformel überführen.

1) L. W. Pollak u. W. Gerlich, Gerl. Beitr. z. Geophys. **40**, 244, 1933. Dieselben Schwierigkeiten liegen auch vor bei den Trübungsmessern von Jones und Scharonow. Scharonow gibt eine Meßgenauigkeit von nur 10–15 Proz. an.

2) Die Verwendung von natürlichen Zielen läuft gleichsam auf die Einführung von langen optischen Sonden hinaus und sichert von vornherein die unerläßliche Mittelung über die häufig vorhandenen, örtlichen und zeitlichen Störungen der Gleichverteilung des Dunstes.

(Eingegangen 7. September 1935.)

Ein Beitrag zur Messung niedriger Gasdrucke.

Vorgetragen auf der Tagung der Physikalischen Gesellschaft Gauverein Baden (Pfalz) in Heppenheim am 15. und 16. Juni 1935.

Von H. Klumb und Th. Haase.

Zur Messung von niedrigen Gasdrucken stehen eine größere Anzahl leistungsfähiger Methoden zur Verfügung[1]). Abgesehen vom Reibungsmanometer sind hier das Knudsen-[2]) Manometer und seine Abarten zu nennen, deren Zahl im letzten Jahre durch das Gaedesche Molvakumeter[1]) vergrößert wurde, für niedrigste Drucke das Ionisationsmanometer (Hauser, Ganswindt, Rukop)[2]), dessen Meßbereich nach kleinen Drucken hin durch Elektronenpendelungen (Gaede, loc. cit.) oder (nach unveröffentlichten Beobachtungen des Verfassers mit R. Odenwald) durch „Aufspulen" der Elektronen in einem dem Glühfaden parallelen Magnetfeld noch erweitert werden kann. Vor allem aber sind die Methoden zu nennen, welche, die Wärmeleitfähigkeit des Gases benutzend, zunächst allgemein als Widerstandsmanometer[3]), in jüngster Zeit von Murmann[4]) als Hitzdrahtmanometer verwendet wurden.

Der günstigste Meßbereich des Ionisationsmanometers liegt unterhalb 10^{-3} mm. Ferner erfordert dieses Gerät bei seiner Verwendung einen relativ großen apparativen Aufwand, ist daher im wesentlichen ein Laboratoriumsverfahren. Die Knudsen-Manometer sind infolge der kleinen Drehmomente und der hierdurch bedingten leicht beweglichen Lagerung bzw. Aufhängung des bewegten Systems sehr erschütterungsempfindlich, so daß sie ebenfalls nur in speziellen Fällen brauchbar sind. Daher fehlt es heute an einem hinreichend einfachen, robusten und zuverlässigen Meßverfahren im Druckgebiet von 10^{-1} bis 10^{-5} mm Quecksilbersäule. Die zunehmende Verwendung von Ölpumpen und Öldiffusionspumpen macht die Verwendung von Quecksilber, z. B. eines MacLeod-Manometers, unerwünscht, so daß auch von diesem speziellen Gesichtspunkt aus gesehen die Entwicklung eines quecksilberfreien einfachen Manometers als teilweisen Ersatz für das MacLeod-Manometer notwendig ist.

Die aus solchen Überlegungen und aus unseren Erfahrungen bei vakuumtechnischen Untersuchungen heraus geschaffenen Bimetallmanometer, welche im folgenden beschrieben werden sollen, benutzen zur Druckmessung die Messung der Wärmeleitfähigkeit des Gases im Rezipienten unter Verwendung elektrisch erwärmter Bimetallbänder.

Bimetallbänder, wie sie beim Bau der Instrumente verwendet werden, wurden bereits im letzten Jahrhundert zur Messung von elektrischen Stromstärken und Temperaturen verwendet,

1) S. Dushman, Hochvakuumtechnik; A. Goetz, Physik und Technik des Hochvakuums; Dunoyer, La Technique du Vide.

2) M. Knudsen, Ann. d. Phys. **32**, 809, 1910; C. V. Angerer, Ann. d. Phys. **41**, 1, 1913; Shrader u. Sherwood, Phys. Rev. **12**, 70, 1918; H. Riegger, Zeitschr. f. techn. Phys. **1**, 16, 1920.

1) W. Gaede, Zeitschr. f. techn. Phys. **15**, 664, 1934.

2) H. Simon, Zeitschr. f. techn. Phys. **5**, 221, 1924.

3) Pirani, Verhandl. d. Dtsch. Phys. Ges. **8**, 686, 1906; Campbell, Proc. Phys. Soc. **33**, 287, 1921.

4) Murmann, Zeitschr. f. techn. Phys. **14**, 538, 1933.

wurden beispielsweise von Michelson[1]) u. a.[2]) beim Bau von Strahlungsmeßgeräten angewandt und werden in den letzten Jahren beim Bau von Schaltgeräten, Thermoregulatoren, Pyrometern und Thermometern industriell benutzt. Sie sind in den letzten Jahren in ihren Eigenschaften wesentlich verbessert worden.

Nach Michelson (loc. cit.) besteht zwischen den Dicken a_1 und a_2 der das Bimetallband bildenden Materialien und deren Elastizitätsmoduln E_1 und E_2 die Bezeichnung:

$$\frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}.$$

Ist die Länge eines solchen Streifens l, die gesamte Dicke d, β_1 und β_2 die linearen Ausdehnungskoeffizienten der beiden kombinierten Materialien, so ist bei einer Temperaturänderung von $t - t_0$ die auftretende Durchbiegung y des Streifens gegeben durch:

$$y = 3(\beta_1 - \beta_2)\,\frac{l^2}{d}\,(t - t_0).$$

Führt man die spezifische thermische Durchbiegung k ein, worunter die Durchbiegung eines Streifens von 1 mm Dicke und 100 mm freier Länge bei 1° Temperaturänderung verstanden wird, so erhält man, wenn die Länge l und die Dicke d in mm gemessen sind, die Durchbiegung y in mm zu:

$$y = \frac{k}{100^2} \cdot \frac{l^2}{d}\,(t - t_0).$$

Die heute industriell hergestellten Streifen zeigen spezifische Durchbiegungen von etwa 0,1–0,14 mm, welche im allgemeinen bis zu Temperaturen von 200° bei speziellen Bändern bis 500° konstant bleiben. Wendeln aus Bimetallband zeigen bei Temperaturänderung eine Aufbiegung, welche in erster Näherung der Temperaturänderung proportional ist.

Erwärmt man ein derartiges Bimetallband oder eine Bimetallwendel in einem gasgefüllten Rezipienten durch Stromdurchgang auf eine höhere Temperatur, läßt die Heizleistung konstant und senkt den Gasdruck, so werden hierdurch die Wärmeverluste des Streifens, die Temperatur, damit die Durchbiegung des Streifens geändert. Die Durchbiegung kann dann in geeigneter Weise auf einen Zeiger oder Spiegel übertragen und dadurch meßbar gemacht als Maß für den Gasdruck verwendet werden.

1) W. A. Michelson, Physik. Zeitschr. **9**, 18, 1908.

2) F. Albrecht u. K. Büttner, Gerlands Beiträge zur Geophysik **22**, 13, 1929 und **26**, 241, 1930.

Es ist zu beachten: Die Wärmeverluste des Bandes sind, abgesehen von den Ableitungsverlusten an Stromzuführungen und Halterung, gegeben durch Wärmeableitung im Gas und durch Strahlung. Bereits bei Drucken zwischen 760 und 10 mm Quecksilbersäule stellt sich in der Umgebung des erwärmten Bandes eine Konvektionsströmung im Gas ein. Die Größe der durch diese freie Konvektion in der Zeiteinheit abgeführten Wärmemengen hängt von der Dichte des Gases ab[1]), so daß sich bereits in diesem Druckgebiet die Temperatur des Streifens, wenn auch nur um kleine Beträge, bei Druckänderungen ändert. Diese Konvektionsverluste sind unabhängig von der Beschaffenheit der Metalloberfläche, dagegen bestimmt durch die Dimensionen, Formen und die gegenseitigen räumlichen Anordnungen aller Teile des Manometers. Bei einigen Millimeter Quecksilbersäule beginnt durch Ausbildung des Temperatursprunges zwischen Band und Gas[2]) die Wärmeleitfähigkeit des Gases scheinbar abzusinken, die Temperatur des Bandes und seine Durchbiegung steigt mit sinkendem Druck an, bis sich ihre Werte bei sehr niedrigen Drucken dem Grenzwert asymptotisch nähern, bei welchem die Temperatur des Streifens wesentlich nur noch durch die Strahlungsverluste bestimmt ist (unterhalb 10^{-4} mm Quecksilbersäule). Art und Größe des Anstiegs hängen ab von den Dimensionen und der Oberflächenbeschaffenheit des Bandes sowie von der Temperatur der Umgebung (Übertemperatur des Streifens), d. h. von der Größe der Strahlungsverluste (siehe auch Campbell, loc. cit.). Beträgt bei 5° Übertemperatur (nach Michelson, loc. cit.) der Strahlungsverlust des als schwarz angenommenen Bandes nur einige Prozent der Gesamtverluste, so werden die Strahlungsverluste bei höheren Übertemperaturen vorherrschend. Sie können durch Verwendung verschieden reflektierender Oberflächen am Streifen (Versilberung, Platinierung, Rhodanierung) in weiten Grenzen verändert werden und bei Verwendung gut reflektierender Oberflächen auf etwa 10 Proz. der Verluste des schwarzen Streifens herabgesetzt werden. So setzt nach unseren Beobachtungen die Verwendung eines geschwärzten Bandes an Stelle eines blank polierten die Empfindlichkeit des Instrumentes stark herab, doch lassen sich hier keine Zahlenangaben machen, da die Entgasung eines geschwärzten Bandes kaum möglich, infolgedessen der Druck im Manometer schlecht definiert ist. Diese Überlegungen lassen

1) King, Phil. Mag. (VI) **29**, 556, 1915; J. S. G. Thomas, Phil. Mag. **45**, 945, 1923.

2) M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **35**, 983, 1911; M. Knudsen, Ann. d. Phys. **34**, 593, 1911.

erkennen, daß bei der Konstruktion von Druckmeßgeräten, welche vergleichbare Anzeigen liefern sollen, auf möglichst wohldefinierte Oberflächenbeschaffenheit und Form der Streifen zu achten ist.

Im Laufe der Versuche wurden unter Benutzung des angegebenen Meßverfahrens 3 Instrumenttypen entwickelt und erprobt:

1. Ein Instrument mit gestrecktem Bimetallband oder -schleife mit mikroskopischer Ablesung.
2. Ein Instrument mit Bimetallwendel und Spiegel.
3. Ein Instrument mit Bimetallwendel, Zeigerablesung und Temperaturkompensation.

Verwendet wurden Bimetallbänder (meist Invar-Konstantankombination) von 2 mm Breite und 0,2–0,08 mm Dicke mit blank polierten Oberflächen. Bänder unter 0,08 mm erwiesen sich zur Verwendung in Form von Wendeln als ungeeignet, sind dagegen bei Verwendung als gestreckte Bänder noch brauchbar. Die kleinsten von uns verwendeten Dicken betrugen 0,04 mm. Versuche, die Bänder auf 0,01 mm auszuwalzen, ergaben mit den uns zur Verfügung stehenden Walzen ungünstige Resultate. Ein Anbringen dünner Überzüge von Silber, Platin oder Rhodium auf den Bändern ist im Prinzip möglich, wurde jedoch noch nicht eingehend untersucht.

Bei der Untersuchung der Imstrumente wurde eine Hochvakuumapparatur mit dreistufiger Diffusionspumpe verwendet. Die Quecksilberdämpfe wurden mit Kohlensäure-Azeton-Gemisch ausgefroren. Zur vergleichenden Druckmessung diente ein Mac Leod-Manometer von 300 cm^3 Volumen.

Instrument Type 1 (siehe Fig. 1).

Im Innern eines Glasgefäßes, welches zugleich als Ausfriertasche ausgebildet war, befand sich an einem Metallhalter eine U-förmige Schleife aus Bimetallband. Der Metallhalter diente als Stromzuführung für den Heizstrom, die Rückleitung erfolgte durch einen im Innern des Halters isoliert durchgeführten Metallstab. An der Bimetallschleife war als Zeiger ein Glasfaden von etwa 70 mm Länge befestigt. Die Ablesung der Zeigerstellung geschah unter Benutzung eines Planfensters mit einem Ablesemikroskop mit Okularskala und 30facher Vergrößerung. Die an der Schleife liegende Spannung betrug 0,1 Volt, die Heizstromstärke meist 0,25 Amp., die Größenordnung der Heizleistung demnach 10^{-2} Watt. Fig. 2 zeigt die Ausschläge des Instrumentes in Skalenteilen des Okularmikrometers als Funktion des Gasdruckes im Bereich von 10 mm bis 10^{-5} Quecksilbersäule für Kohlensäure, Wasserstoff und Luft. Die Kurven lassen erkennen, daß dies einfache Gerät zur Druckmessung zwischen 1 und 10^{-4} mm Quecksilbersäule brauchbar ist. Unterhalb 10^{-4} mm

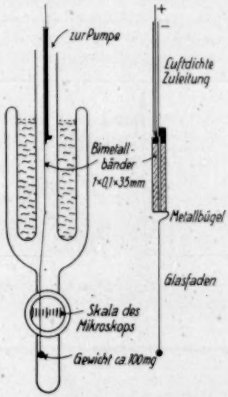

Fig. 1. Manometer mit Bimetallband und Mikroskopablesung.

wird die Kurve sehr flach, so daß bei Messungen in diesem Druckbereich an die Konstanz der Heizstromstärke große Anforderungen gestellt werden müssen ($\Delta i < 1$ Promille). Überdies führt die Tatsache, daß infolge Gasabgabe der Wände bei diesen niedrigsten Drucken die Reinheit der Gasfüllung nicht mehr gewährleistet werden kann, zu störenden Abweichungen. Der maximale Ausschlag des Gerätes betrug einige Millimeter (meist 3 mm). Die Einstelldauer ist groß,

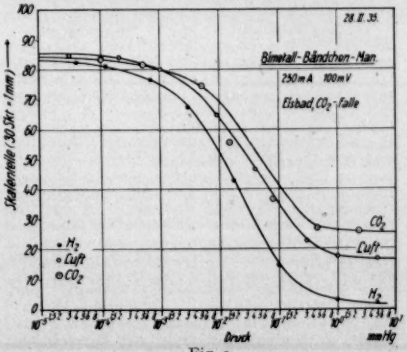

Fig. 2.
Empfindlichkeitskurve des Bändchenmanometers für Kohlendioxyd, Luft und Wasserstoff.

etwa 30–60 Sekunden. Zur Ausschaltung des Einflusses der Zimmertemperatur war die Ausfriertasche mit schmelzendem Eis gefüllt.

Instrument Type 2 (Fig. 3).

Eine zylindrische Bimetallwendel war an einem Metallhalter befestigt, der zugleich als Stromzuführung diente und zu einem mit Schliff versehenen Torsionskopf führte[1]).

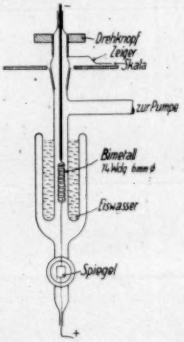

Fig. 3. Manometer mit Bimetallwendel und Spiegel.

Als zweite Stromzuführung diente eine dünne Kupferlitze, welche von unten in den Rezipienten eingekittet war. Am unteren Ende der Wendel war ein Spiegel befestigt, dessen Drehung mit Lichtzeiger und Skala gemessen werden konnte. Der Rezipient bestand aus Glas, besaß eine Kühltasche nebst planem Fenster. Die Heizleistung des Gerätes betrug etwa 10^{-1} Watt. Die maximalen Ausschläge betrugen 310–360°. Die Übertemperatur des Bandes wurde zu etwa 100° bestimmt. Die Kühltasche war mit einer Eiswasserkühlung versehen. Der Torsionsschliff wurde mit Apiezonfett gedichtet. Fig. 4 zeigt die Ausschläge des Instrumentes in Graden als Funktion des Gasdruckes für Kohlensäure, Luft und Wasserstoff. Bei einer Stromkonstanz von $\pm$ 1 Promille war das Instrument bis $3 \cdot 10^{-5}$ mm Quecksilbersäule, bei einer Konstanz von $\pm$ 1 Proz. bis rund $1 \cdot 10^{-4}$ mm brauchbar. Die Einstelldauer betrug rund 60 Sekunden.

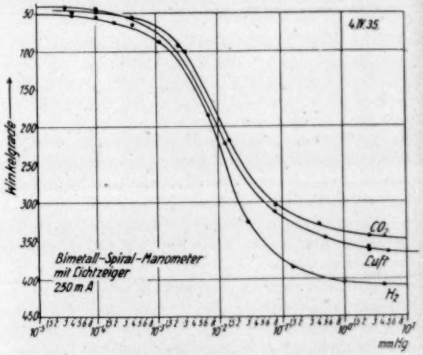

Fig. 4. Empfindlichkeitskurve des Manometers der Type 2 für Kohlendioxyd, Luft und Wasserstoff.

Instrument Type 3 (Fig. 5).

Auf ein Manometergehäuse aus Metall wurde mittelst Gummidichtung ein Glasfenster aufgesetzt. In das Gehäuse wurde ein Metallrahmen eingeschoben, welcher die zwischen Spitzen gelagerte Achse des Manometersystems trug. Das Manometersystem enthält 2 Bimetallspiralen, von denen die eine vom Heizstrom durchflossen

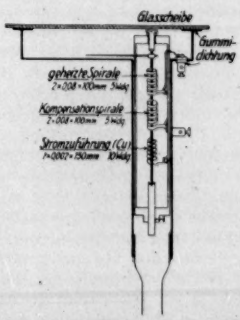

Fig. 5.
Zeigermanometer mit Temperaturkompensation.

1) Beim Arbeiten mit diesem Torsionskopf erwies sich das unvermeidliche Vordringen des Dichtfettes in den Rezipienten als störend. Es wurde daher im Anschluß an diese Erfahrung eine Schliffform entwickelt, welche sich von der bisher üblichen dadurch unterscheidet, daß am Kernschliff in einem Abstand von etwa ein Drittel der Schlifflänge vom dünneren Schliffende eine tiefe Ringrille angebracht wird (Fettfangrille), welche durch einen in den kürzeren Teil des Kernschliffes eingeschnittenen schraubenförmigen Kanal mit dem Rezipienten in Verbindung stehen kann. Gefettet wird nur der längere Teil des Schliffes, das Fett kann daher nur bis zur Fettfangrille vordringen. Das Abpumpen der in der Fangrille enthaltenen Gase und Dämpfe geschieht einmal durch den zwischen den ungefetteten Schlifflächen verbleibenden Ringspalt und wird erleichtert durch den eingeschnittenen Kanal. Diese Schlifform wird unter der Bezeichnung Ka-Schliff, als Normalschliff unter der Bezeichnung Ka-N-Schliff von der Firma W. K. Heintz, Stützerbach in Thüringen, hergestellt und dürfte für manche hochvakuumtechnische Arbeiten nützlich sein.

ist, die zweite als Kompensationsspirale zur Ausschaltung des Einflusses von Schwankungen der Raumtemperatur dient, eine Spirale aus weichem Kupferband zur Stromzuführung und den Zeiger. Die Stromzuführung von außen geschah durch isoliert durchgeführte Klemmschrauben.

Die Temperaturkompensation mit Bimetallband machte das Instrument gegenüber Schwankungen der Außentemperatur von $\pm 10°$ praktisch unempfindlich. Die Temperaturkompensation mit Hilfe von Bimetallstreifen kann im Prinzip in 4 Weisen erfolgen:

1. An das zur Messung benutzte Bimetallband wird ein zweites Bimetallband angelötet, welches bei Änderung der Außentemperatur eine gleich große Deformation wie das Meßband selbst erfährt, welche aber der Deformation des Meßbandes entgegengesetzt gerichtet ist (siehe auch Büttner, loc. cit.).
2. 2 Bimetallbänder, welche bei Temperaturänderung gleich große entgegengesetzt gerichtete Deformationen erfahren, läßt man so auf ein bewegliches System einwirken, daß die von den beiden Bändern hervorgerufenen elastischen Kräfte bzw. Drehmomente sich bei gleicher Temperatur gegenseitig aufheben. Das eine dieser Bänder dient dann als Meßband, das andere zur Temperaturkompensation. Dieses Verfahren wurde von uns wegen seiner Einfachheit vorzugsweise verwendet, obwohl es im allgemeinen zu einer merklichen Empfindlichkeitseinbuße führt (Reduktion auf ein Drittel bis ein Viertel).
3. Der Ablesespiegel oder Zeiger ist auf der Achse des am Meßband befestigten Meßsystems leicht drehbar befestigt und ist mit der Drehachse durch ein Bimetallband verbunden, dessen Deformation bei gleichen Temperaturänderungen der Deformation des Meßbandes gleich und entgegengesetzt gerichtet ist.
4. Die Skala des Instrumentes ist drehbar angeordnet und wird durch ein Bimetallband gedreht, das ebenfalls in der beschriebenen Weise auf das Meßband abgeglichen ist.

Der Verbrauch des Instrumentes betrug ungefähr 0,1 Watt, der maximale Ausschlag je nach Gasfüllung 75–90°. Die Resistenz gegen starke mechanische Erschütterungen und Beanspruchungen war vorzüglich. Die Ablesung der Zeigerstellung geschah unter Benutzung einer im Rezipienten liegenden Skala mit bloßem Auge. Fig. 6 zeigt die Eichkurve dieses Gerätes. Man ersieht daraus, daß es gut verwendbar ist im Druckbereich von 10^{0}–10^{-4} mm Quecksilbersäule. Bei vorzüglicher Stromkonstanz ist es auch noch nach niedrigeren und höheren Drucken hin verwendbar. Die Einstelldauer beträgt etwa 60 Sekunden.

Die Versuche zeigen folgendes: Die Verwendung von elektrisch geheizten Bimetallstreifen gestattet die Herstellung einfacher und robuster Druckmeßgeräte mit niedrigem Eigenverbrauch. Die Geräte sind brauchbar zur Messung von Drucken zwischen einigen Millimetern und 10^{-4} mm Quecksilbersäule, bei Verwendung besonderer Sorgfalt bis 10^{-5}. Der Einfluß der Raumtemperatur und ihrer Schwankungen ist bei Verwendung einer Temperaturkompensation aus Bimetallfedern praktisch zu beseitigen. Die Einstelldauer des Gerätes ist recht groß. Bei Verwendung dünner Bimetallbänder lassen sich jedoch Einstelldauern erreichen, welche den Bedürfnissen der Praxis genügen und meist kleiner sind als der Zeitbedarf einer Mac Leod-Messung. Die Verwendung relativ robuster Bänder mit großer Oberfläche sichert eine gute Konstanz der Form und der Oberflächenbeschaffenheit. Die

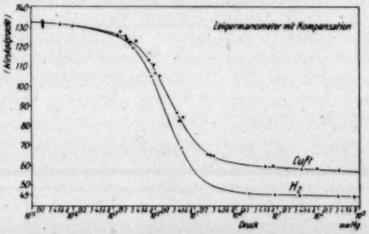

Fig. 6. Eichkurve des Zeigermanometers für Luft und Wasserstoff.

niedrige Übertemperatur läßt eine schädliche Erwärmung des Manometers und die damit verbundene störende Gasabgabe vermeiden. Die Geräte messen Dampfdrucke mit, ihre Anzeigen sind vom Molekulargewicht des Gases abhängig, so daß sie für verschiedene Gase getrennt geeicht werden müssen. Diese Abhängigkeit vom Molekulargewicht, verbunden mit dem einfachen Bau der Geräte, macht eine Verwendung solcher Geräte in der Gasanalyse zur Prüfung von Zusammensetzung und Reinheit von Gasen und Gasgemischen möglich (z. B. Rauchgasprüfer und ähnliches). Versuche hierüber sind in Vorbereitung. Die Instrumente insbesondere der Type 3 sind sehr unempfindlich gegen grobe Erschütterungen und die auftretenden Drehmomente sind so groß, daß solche Bimetallgeräte auch als druckabhängige Schaltgeräte (Öffnen und Schließen von Stromkreisen, Betätigen von Warnsignalen bei Druckschwankungen) dienen können. Besteht die Möglichkeit, die Apparatur, in der sich solche Instrumente befinden, kurzzeitig

mit Luft zu füllen, so kann man das Gerät selbst zum Einstellen der richtigen Heizstromstärke benutzen, wobei zur besseren Konstanthaltung der Stromstärke Eisenwasserstoffwiderstände herangezogen werden können.

Wir haben an dieser Stelle der Firma G. Rau, Pforzheim, der Firma Hartmann & Braun AG., Frankfurt a. M., und der Firma Heraeus, Hanau, für die Überlassung von Bimetallbändern unseren verbindlichsten Dank zu sagen. Der Direktion der Siemens & Halske AG. verdanken wir die Überlassung einer leistungsfähigen Vorvakuumpumpe.

Zusammenfassung.

Die Verwendbarkeit elektrisch geheizter Bimetallbänder zur Messung niedriger Gasdrucke wird geprüft. Die Versuche ergeben die Anwendbarkeit dieses Verfahrens und führen zur Konstruktion einfachster Druckmeßgeräte mit Zeiger- und Spiegelablesung für das Gebiet 10^{0}–10^{-4} mm Quecksilbersäule (in Sonderfällen bis 10^{-5}), die auch als druckabhängige Schaltvorrichtungen und infolge der Abhängigkeit ihrer Anzeigen vom Molekulargewicht des Gases als Meßgeräte für die Zusammensetzung von Gasen und Gasgemischen in der Gasanalyse brauchbar zu sein scheinen.

Freiburg i. Br., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 26. Oktober 1935.)

Ein statisches Hochspannungsvoltmeter von 0,5 bis 35 kV mit Zeigerablesung.

Von W. Steubing.

Für viele physikalische Zwecke ist eine genaue Spannungskontrolle während der Messungen in einem Intervall, das sich an die Netzspannungen der Stadtleitungen anschließt und bis etwa 30 oder 40 kV reicht, erforderlich. In der Regel ist für niedrigere Spannungen kein Mangel an Meßinstrumenten für Gleich- und Wechselstrom und ebenso gibt es heute für eigentliche Hochspannungszwecke etwa in der Röntgentechnik u. dgl. zuverlässige, aber ziemlich teure Spannungsmeßgeräte, während das oben genannte Zwischengebiet besonders für Gleichspannungen auf einfache und billige Art schwer meßbar ist. Die bereits bekannten Instrumente sind, wenn billig, unzuverlässig und für genauere Messungen zu verwerfen, wie z. B. die sonst sehr einfachen Braunschen Elektrometer, die außerdem allerhöchstens bis 15 kV verwendbar sind. Die genaueren statischen Instrumente umfassen nur sehr geringe Bereiche und sind kostspielig, und die eigentlichen Hochspannungsmesser werden im unteren Bereich sehr ungenau oder erfordern umständliche optische Ablesungseinrichtungen.

Diese Gründe gaben Veranlassung zur Neukonstruktion eines sicheren, rasch zu bedienenden Instrumentes von relativ kleinen Dimensionen, das im folgenden beschrieben ist.

Zugrunde gelegt wurde bei der Herstellung das Drehwaagenprinzip, das ja schon sehr früh Anwendung gefunden hat, z. B. bei dem Spiegelelektrometer von Heydweiller[1]) oder bei der Müllerschen Spannungswaage[2]), und das sich auch an diesen Instrumenten gut bewährt hat. Um die notwendige Genauigkeit von etwa 1 Proz. der Meßspannung zu erreichen, ist es bei gegebenen Dimensionen, die durch die Sicherheit bei den Höchstwerten vorgeschrieben werden, nötig, verschiedene Meßbereiche an dem Instrument vorzusehen. Bei den oben genannten Apparaten wird dies durch Veränderung der Direktionskraft der bifilaren Aufhängung erreicht, bei anderen durch Abstandsänderung zwischen beweglichem System und ruhendem Teil. Das nachstehend beschriebene Instrument hat zwei Ausführungsformen, von denen das eine vier Meßbereiche besitzt und das andere zwei. Es sei zuerst das erstere beschrieben:

Meßbereiche: a) 0,4–4,0 kV,
b) 1–12 kV,
c) 3–20 kV,
d) 5–35 kV.

Die Dimensionen und Abstände bleiben bei allen Meßbereichen des Apparats die gleichen, lediglich die Direktionskraft, deren Änderung z. B. bei der Müllerschen Spannungswaage sehr umständlich ist, wird hier mit einem Handgriff erreicht und zugleich wird die elektromagnetische Dämpfung durch eine Regulierschraube rasch eingestellt. Damit entfällt beim Übergang von einem zum anderen Meßbereich jede Neujustierung und Abstandsmessung; lediglich der Nullpunkt ist bisweilen durch leichte Drehung des Torsionskopfes nachzustellen. Die Einzelheiten des Apparates sind an Hand der Abbildung und Figurenschnittzeichnung ohne weiteres verständlich. Das bewegliche System aus *Al*-Blech von 0,2 mm Dicke ist eine gerade Hantel, deren Hohlkugeln auf einem *Al*-Rohr sitzen, das in der Mitte am Torsionsdraht drehbar aufgehängt ist: Kugeldurchmesser 2 cm, Abstand der Kugeln 95 mm.

Das bewegliche System schwebt in der Mitte eines viereckigen Kastens aus Pertinaxplatten,

1) Heydweiller, Spiegelelektrometer, Zeitschr. f. Instrkde. **12**, 377, 1892.
2) C. Müller, Spannungswaage, Ann. d. Phys. **28**, 591, 1909.

wie aus der Abbildung (Fig. 4) ersichtlich ist, Vorder- und Rückseite bestehen aus Glasplatten. Der Kasten ruht auf drei Justierschrauben und trägt unterhalb des Drehsystems in geerdetem Blechkasten die elektromagnetische Dämpfung. Diese wird folgendermaßen bewirkt: Ein dünner *Al*-Draht führt von der Mitte des Hantelsystems senkrecht in der Drehachse nach unten und trägt am unteren Ende eine *Al*-Scheibe folgender Form:

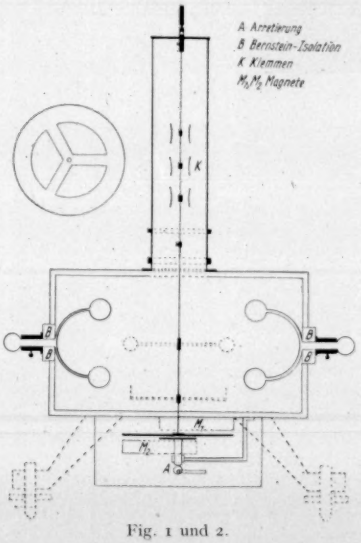

Fig. 1 und 2.

Diese dreht sich zwischen zwei kräftigen, horizontalgelagerten Permanenthufeisenmagneten, deren Polabstand durch ein Rädchen mit Zahntrieb eng oder weit rasch einstellbar ist. Die gewählte Einstellung ist durch ein Glasfenster am Dämpfungskasten von außen ablesbar. Da bei der geringsten Direktionskraft des Drehsystems die natürliche Luftdämpfung völlig ausreicht, wird für den empfindlichsten Meßbereich der untere Magnet entfernt, beim unempfindlichsten, d. h. stärkste Direktionskraft, am meisten angenähert. Dadurch wird geeignete Dämpfung und nahezu aperiodische Einstellung erreicht.

Der viereckige Schutzkasten aus Pertinax enthält an jeder Seite ein Spannungssystem, bestehend aus je drei Messingkugeln von 2,5 cm Durchmesser, von denen eine außerhalb des Kastens als Zuführung der zu messenden Spannung dient, während die beiden inneren an einem halbmondförmigen Bügel, der vertikal steht und einen Endabstand von 6 cm hat, endigen. Das bewegliche System kann daher niemals, auch bei größter Annäherung, d. h. bei Spannungswerten, die die höchste Meßspannung um ein Mehrfaches übertreffen, an die spannungführenden Teile näher als 3 cm herantreten und es kann höchstens zu einem Überschlag von einer der Spannungskugeln nach der Kugel des Hantelsystems, das immer geerdet ist, kommen. Es werden stets die beiden Kugeln von den Seitenwänden mit der Spannungsquelle verbunden (an sich wären Schaltungen nach Art der am Quadrantelektrometer bekannten möglich), da bei einseitiger Anziehung das Drehsystem in seiner Gleichgewichtslage beeinflußt wird und Störungen — wenigstens bei höheren Spannungen — auftreten. Da die beiden Spannungsbügel in Kugeln enden und keinerlei Spitzen oder scharfe Kanten vorhanden sind, treten innerhalb des ganzen Meßbereiches weder Sprühwirkungen noch Überschläge auf, und da die Kapazität der beiden Spannungssysteme klein ist und nur wenige Zentimeter beträgt, ferner an den Durchführungen die Isolation durch einen Bernsteinring besonders gesichert ist, so lassen sich auch statische Messungen kleiner Elektrizitätsmengen einfach ausführen. Die Verbindung zwischen den beiden Spannungskugelsystemen wird durch einen isolierten Bügel hergestellt, der, wie aus der Abbildung ersichtlich, außerhalb des Schutzkastens senkrecht unter dem System herüberführt. Auf diese Weise wird erreicht, daß nicht durch die Zuleitungen der Hochspannung zusätzliche Kräfte auf das Drehsystem wirken können. Die Verbindung mit der Hochspannungsquelle wird am einfachsten durch Anschluß einer der Spannungskugeln senkrecht zum Schutzkasten nach außen hergestellt. Das bewegliche Hantelsystem ist, wie aus der Abbildung ersichtlich, in einem Messingrohr, das turmartig auf der Mitte der Deckplatte des Schutzkastens steht, an einem Bronzedraht aufgehängt. Diese Aufhängung an einem Bronzedraht von veränderlicher Direktionskraft unterscheidet dies Instrument besonders von den eingangs erwähnten Hochspannungsvoltmetern mit bifilarer Aufhängung. Die Änderung der Direktionskraft wird hier dadurch erzielt, daß der Draht aus vier Teilen von verschiedenen Durchmessern und Längen zusammengesetzt ist. Da die Direktionskraft mit der 4. Potenz des Radius und umgekehrt proportional der Länge des Drahtes sich ändert, lassen sich durch geeignete Wahl beider Größen die Richtkräfte für vier Meßbereiche passend bestimmen. Die Gesamtlänge des Aufhängedrahtes, dessen dünnster Teil (0,05 mm) oben im Aufhängeturm eingespannt ist, beträgt 18 cm. Dieses obere Ende hat für sich eine Länge von etwa 8 cm, es

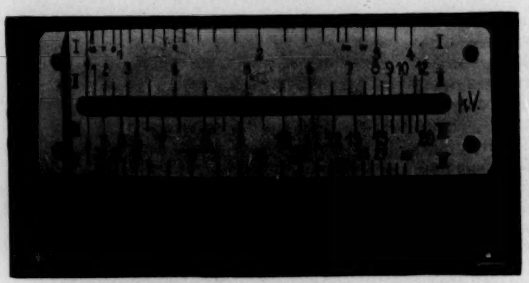

Fig. 3.

schließt sich durch eine zylindrische Messingmuffe, in die oben und unten die Torsionsdrähte eingelötet sind, der zweite dickere Draht von 0,07 mm Durchmesser und 3 cm Länge an, um abermals durch je eine gleiche Muffe in das stärkere Drahtstück von 3 cm Länge von 0,095 bzw. 0,13 mm Durchmesser zu endigen, an dem dann das Hantelsystem mit Zeiger und Dämpfungsscheibe eingehängt ist. Die Verbindungsmuffen der einzelnen Drahtstücke hängen im Turm zwischen zwei Klemmfedern, die durch eine Drehung einer seitlichen Schraube um 90° fest angepreßt werden. Sind also diese Klemmschrauben auf „Offen" gestellt, so erfolgt die Ablenkung des Hantelsystems gegen die Richtkraft des ganzen Drahtes in voller Länge, aber bestimmend ist die geringe Direktionskraft des obersten Teiles (empfindlichster Meßbereich). Will man den nächstempfindlichen Teil benutzen, so genügt eine halbe Drehung der oberen Klemmschraube, wodurch der dünnste Teil des Torsionsdrahtes festgehalten wird und die Drehungen können nur von dieser Klemmstelle abwärts erfolgen, d. h. maßgebend ist jetzt die Direktionskraft des zweitschwächsten Drahtstückes und entsprechend weiter. Man geht also von einem Meßbereich zu einem anderen ohne Schwierigkeiten wie Abstandsänderungen, Einziehung neuer Spanngewichte oder Drähte u. dgl. über lediglich durch eine halbe Schraubendrehung der betreffenden Klemmfedern am Torsionsturm und Verschiebung des Dämpfungsmagneten. Die Ablesung erfolgt für jeden Meßbereich gesondert an einem Messerzeiger, der direkt über den Skalen schwingt und durch eine Spiegelunterlage (= vernickelte und polierte Metallstufe) parallaxenfreie Ablesung ermöglicht. Zeiger und Skala sind innerhalb des Schutzkastens staubsicher untergebracht, und da der Zeiger auf Vorder- und Rückseite des Kastens durch die Glasscheiben auf zwei gleichen Skalen beobachtbar ist, so kann das Instrument von zwei Beobachtern gleichzeitig kontrolliert werden. Selbstverständlich wäre das Voltmeter ohne Schwierigkeit auch mit Lichtzeiger und optischer Ablesung einzurichten. Wie aus der gesondert reproduzierten Skala zu ersehen ist, ermöglichen die vier Meßbereiche, die durch verschiedenfarbige Striche sich unterscheiden, eine gute Ablesung, die in dem mittelsten Bereiche jeder Skala am größten ist und annähernd linear verläuft, während Anfang und Ende raschen Anstieg und Abfall zeigen. Die Eichung muß empirisch erfolgen und geschah durch Vergleich mit anderen Instrumenten sowie durch Benutzung eines geprüften Meßwandlers für Wechselstrom mit bekanntem Übersetzungsverhältnis. Wie aus der Fig. 2 ersichtlich ist, kann beim Transport das Instrument durch eine Scheibe mit Exzenterbewegung arretiert werden.

Das zweite Instrument in etwas abgeänderter Ausführung (siehe Fig. 4) hat das gleichbeschaffene Pertinaxgehäuse mit Glasplatten und ebensolche parallaxenfreie Ablesung mit Messerzeiger auf Vor- und Rückseite, aber es hat nur zwei Ableseskalen auf jeder Seite. Die Spannungskugeln, Meßsystem, Dämpfungseinrichtung sind den vorigen gleich, aber die Aufhängung ist nicht von veränderlicher Direktionskraft, d. h. der Torsionsdraht ist nicht zusammengesetzt, sondern besteht nur aus einem 28 mm langen Bronzedraht von 0,13 mm Dicke. Dadurch wird der Aufhängeturm wesentlich kürzer. — Während aber beim vorigen Instrument der Abstand:

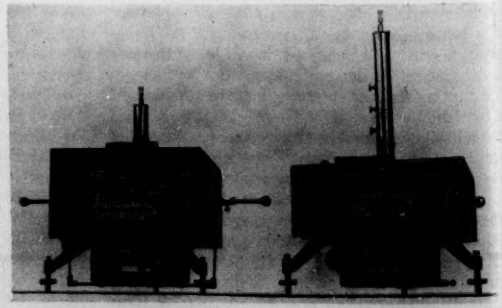

Fig. 4.

System–Spannungskugel konstant war, sind in diesem Apparat die Spannungskugeln bis zum Anschlag verschiebbar, wie aus der Abbildung (Fig. 4) ersichtlich. Sie können für große Empfindlichkeit (niedriger Meßbereich) bis auf einige Millimeter herangebracht werden, was durch Einschieben bis zum Anschlag sofort möglich ist, während für geringe Empfindlichkeit (hoher Meßbereich) die Spannungsbügel bis an die Kastenwand zurückgezogen werden. Auch hier muß für beide Meßbereiche die Eichskala empirisch hergestellt werden. Da aber die Torsionskraft nicht veränderlich ist, braucht auch die elektromagnetische Dämpfung nicht variabel einstellbar zu sein und die Hufeisenmagnete werden auf günstigste Dämpfung fest montiert. Da der Aufhängedraht leicht zu ersetzen und auszuwechseln ist, so lassen sich die beiden Meßbereiche je nach Wunsch weitgehend nach oben oder unten verschieben. Dies Hochspannungsvoltmeter der zweiten Art ist aus vorgenannten Gründen in Handhabung und Herstellung noch etwas einfacher wie das erstere, bei dem dafür die Meßbereiche mehr Spielraum bieten. Die Arretierung ist die gleiche wie beim ersten Instrument.

Die in der Abbildung dargestellten beiden Apparate wurden nach meiner Angabe von Herrn Institutsmechaniker Biernoth (Breslau) hergestellt und haben sich gut bewährt.

Der Helmholtz-Gesellschaft, die die Mittel zur Durchführung der Versuche zur Verfügung gestellt hat, möchte ich meinen herzlichen Dank aussprechen.

Breslau, 15. Oktober 1935. Physikalisches Institut der Universität, Abteilung für angewandte Physik.

(Eingegangen 25. Oktober 1935.)

Über eine Neukonstruktion des Vakuumduantenelektrometers. I.

Von G. Hoffmann.

Es sind fast 24 Jahre her, daß ich in dieser Zeitschrift[1]) über eine Elektrometerform berichtet habe, die namentlich in bezug auf Ladungsempfindlichkeit wesentliche Fortschritte ermöglichte. Die Ausführungsform von 1912 ist von der Firma Leybold im wesentlichen beibehalten worden, sie hat sich in zahlreichen physikalischen, speziell atomphysikalischen Forschungen bewährt. Aus meinen eigenen Erfahrungen und denen meiner Mitarbeiter heraus hat sich das Bedürfnis entwickelt, die Handhabung weiter zu verbessern. Für die Regelung der Empfindlichkeit erwies sich als wesentlich die Veränderlichkeit des Abstandes zwischen dem beweglichen System und den festen Duantenflächen. Dies im betriebsfertigen, d. h. evakuierten Zustande durchzuführen, war umständlich. Es mußte hier immer der Kopfteil des Instrumentes bewegt werden, und eine relativ große Stopfbüchse, durch die der isolierte Träger des Systems vakuumdicht gehalten war, erschwerte die Verstellbarkeit. Bei einer Vorkonstruktion, die vor zwei Jahren auf der Physikertagung in Würzburg ausgestellt war, war versucht worden, anstatt des Systems die Duanten in einer Schlittenführung vertikal verstellbar zu machen. Diese Duantenverstellung, die sich mit einer sehr einfach zu handhabenden Stellschraube erreichen ließ, hat sich im Betrieb sehr gut bewährt. Wir haben aber an der äußeren Gestaltung noch weiter gearbeitet. Ein Mangel war beim alten Instrument, daß der äußere Zylindermantel bei Öffnung des Instrumentes nach oben abgezogen werden mußte. Waren oben Apparateteile einer Meßanordnung angebaut, so mußten diese erst entfernt werden. Jetzt läßt sich das neue Instrument durch Abnahme zweier seitlicher Deckplatten öffnen. Noch andere Verbesserungen sind hinzugekommen: Beseitigung der Kippmöglichkeit durch Fixierung der Fußschrauben, Verbesserung der Schaltwippe und des Erdkontaktes. Man kann wohl sagen, das Instrument ist weniger physikalisch und mehr technisch geworden in dem Sinne, daß möglichst einfache Konstruktionsteile verwandt sind, deren sicheres Arbeiten technisch erprobt ist. Viele dieser Änderungen sind entstanden durch Besprechungen und Anregung von meinen Mitarbeitern, denen ich dafür zu danken habe. Ich denke im besonderen an Herrn Dr. Pose und Dr. Diebner, der sich um die Verbesserung der Systemform[1]) sehr verdient gemacht hat, ferner an Herrn Ingenieur Schmidt, der das Instrument durchkonstruiert hat, und ganz besonders an Herrn Dr. Zipprich, der sehr viel zum Gelingen beigetragen hat und in der folgenden Arbeit auch die Meßkontrollen neben der Instrumentbeschreibung geben wird. Besonderer Dank gebührt aber Herrn Mechaniker Bolze für zahlreiche Konstruktionseinzelheiten und die sorgfältige Ausführung des Musterexemplars. Die Herstellung hat wieder die Firma E. Leybold's Nachfolger übernommen.

Halle a. d. S., Physikalisches Institut der Universität.

1) G. Hoffmann, Physik. Zeitschr. **13**, 480. 1029, 1912.

1) K. Diebner, Zeitschr. f. Phys. **85**, 373, 1933.

(Eingegangen 12. November 1935.)

Über eine Neukonstruktion des Vakuumduantenelektrometers. II.

Von B. Zipprich.

1. Instrumentbeschreibung.

Das Wesentliche der Neukonstruktion, über die in vorangehender Arbeit berichtet wird[1]), liegt darin, daß die Einstellung des Abstandes zwischen Systemflügel und Duanten, die für die Justierung des Instrumentes von Bedeutung ist, durch Verschieben der Duanten vor sich geht, während das System fest bleibt. Es wird so die große Stopfbüchse im Kopfteil mit ihren Nachteilen vermieden, außerdem die Handhabung des Instrumentes sehr erleichtert. Für eine einwandfreie und reproduzierbare Einstellung der Empfindlichkeit muß eine sehr exakte Verschiebung der Duanten gefordert werden. Sie wird durch drei um 120° gegeneinander versetzte prismatische Führungen ermöglicht, in denen der Duantenträger gleitet. Die Verstellung erfolgt von außen mittels einer durch Stopfbüchse gedichteten Achse über einen Kegelradtrieb auf eine Schraubenspindel, die in den Duantenträger eingreift. Die Teilung am äußeren Stellknopf erlaubt eine Einstellung auf $^1/_{100}$ mm genau, die gesamte Verstellungsmöglichkeit beträgt etwa 5 mm.

Sehr erleichtert gegenüber der alten Ausführung ist das Einsetzen des Systems, da das Instrumentinnere nach Abnahme zweier seitlicher Verschlußdeckel bequem zugänglich ist. Das System läßt sich nach dem Einhängen mitsamt seiner Befestigungsklemme an der Isolatordurchführung leicht so drehen, daß es symmetrisch zu den Duanten hängt. Durch Anziehen eines kleinen Schräubchens läßt sich die endgültige Stellung fixieren.

Eine Feinverstellung des Winkels zwischen Duanten und Systemflügel ist außerdem durch eine Verdrehungsmöglichkeit der Duanten mittels kleinen Schneckentriebes gegeben, der mit einem Schraubenzieher betätigt werden kann. Im Gegensatz zu der bisherigen Ausführung ist bei der neuen darauf verzichtet worden, die azimutale Verdrehung von außen bei evakuiertem Instrument zu ermöglichen. Die Erfahrungen, die an verschiedenen Instrumenten von verschiedenen Beobachtern gesammelt wurden, haben gezeigt, daß man nicht auf die Azimutverstellung in evakuiertem Zustande angewiesen ist. Die Einstellung läßt sich bei geringer Empfindlichkeit, bei der das Instrument noch nicht evakuiert zu sein braucht, nach Abnehmen eines der beiden Verschlußdeckel schon endgültig ausführen.

1) G. Hoffmann, Physik. Zeitschr. **37**, 35, 1936.

Der Erdschalter ist ebenfalls geändert worden. Er ist in einem der beiden Verschlußdeckel untergebracht und so gebaut, daß ein Versagen kaum noch eintreten kann. Im geerdeten Zustande wird der Kontaktbügel durch eine verhältnismäßig kräftige Feder an den Systemträger gedrückt und nach dem Enterden in einer Klinke zurückgehalten. Durch den Einbau in den Verschlußdeckel lassen sich Störungen irgendwelcher Art leicht beheben, ohne dabei das System zu gefährden oder es gar ausbauen zu müssen.

Als weiterer Vorzug ist hervorzuheben, daß das neue Instrument keinerlei Kittungen aufweist. Die Zuführungen zu Duanten, Erdschalter und Influenzierungsring, sowie das Fenster für die Lichtmarke sind mit Gummi gedichtet worden. Der Bernsteinisolator im Kopfteil des Instrumentes ist mittels Schraube unter Verwendung einer Zinndichtung eingepreßt, ebenso die Isolatordurchführung. Am Boden des Instrumentes ist eine kleine Dose angebaut, die mit evakuiert wird; denn der nach dem Einsetzen der beiden Verschlußdeckel verbleibende Hohlraum ist nur sehr klein, und eine geringfügige Undichtigkeit würde daher das Vakuum schnell verschlechtern.

Die drei Fußschrauben des Instrumentes werden auf einem Grundring, welcher am Aufstellungsort aufgekittet oder irgendwie anders noch stabiler befestigt werden kann, durch kräftige Klemmbacken gehalten. Man kann so unbesorgt am Instrument hantieren oder es auch mal versehentlich anstoßen, ohne daß es dabei gekippt wird und bei dem entstehenden Ruck der Systemfaden zerreißt.

Die Höhe zwischen Kopfteil und Duanten wurde bei der Neukonstruktion etwas niedriger gehalten, so daß die Länge des Systemfadens nur etwa ein Drittel der der alten Ausführung beträgt. Dadurch wird erreicht, daß die Verlagerungen des Systems über den Duanten bei Störungen irgendwelcher Art, die eine Neigung des Instrumentes verursachen, ebenfalls kleiner bleiben.

In den Fig. 1 und 2 ist das Elektrometer geschlossen und geöffnet dargestellt. Links sieht man den Einstellknopf für die Höhenverstellung der Duanten und darüber die Zuführung zum Influenzierungsring. Der Pumpstutzen in der Mitte rechts dient zum Evakuieren des Instrumentes, er wird durch den rechts davon sichtbaren, in den Körper eingebauten Hahn verschlossen. Der zweite Stutzen rechts oben hat Verbindung mit dem Hohlraum oberhalb des Isolators, welcher durch die aufgesetzte Meßapparatur abgedichtet und darauf ebenfalls evakuiert werden kann. Die Duantenzuführungen liegen auf der Rückseite des Instrumentes in Höhe des Einstellknopfes.

Man kann schon aus den Figuren ersehen, daß sämtliche zum Bedienen des Elektrometers wichtigen Teile sehr bequem zugänglich sind. Besonders hervorzuheben ist, wie leicht die beiden Verschlußdeckel ohne Hilfsinstrument

Fig. 1.

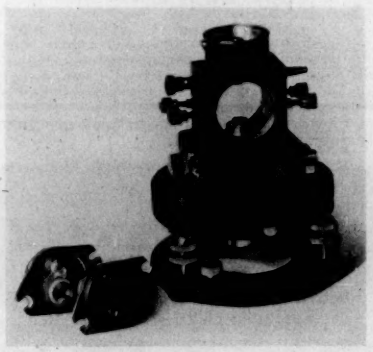

Fig. 2.

Fig. 1 u. 2. Neue Form des Vakuumduantenelektrometers nach G. Hoffmann. Fig. 1 geschlossen; Fig. 2 geöffnet.

abgenommen werden können und hierdurch das Instrumentinnere nach ein paar Handgriffen offen vorliegt.

Auch die Schaltwippe zum Anlegen der Spannungen an Duanten und Influenzierungsring bzw. zum Erden derselben wurde geändert. Sie ist in Fig. 3 in der neuen Form dargestellt. An Stelle der bisherigen amalgamierten Kupferbügel, die in Quecksilber eintauchten, sind Quecksilberschaltröhrchen eingebaut, die einen dauernd sauberen Kontakt gewährleisten. Das Umlegen der Wippe erfolgt durch einen Stromstoß in einem Doppel-T-Anker.

2. Meßkontrollen.

Bei der Untersuchung der elektrischen Eigenschaften des neuen Instrumentes kam es neben Erreichung der bisherigen hohen Empfindlichkeit und Konstanz der Einstellung vor allem darauf an, zu untersuchen, wieweit sich die Ein-

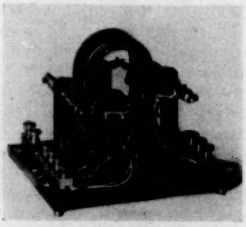

Fig. 3. Schaltwippe.

stellung der Duantenhöhe und die davon abhängige Empfindlichkeit reproduzieren ließen.

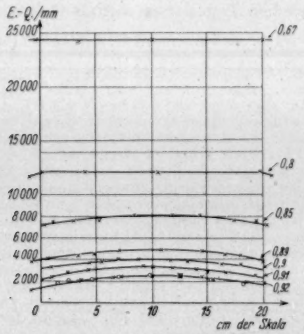

Fig. 4. Verteilung der Ladungsempfindlichkeit über eine 20 cm lange Skala bei verschiedenen Höhen des Systems über den Duanten.

Die Untersuchungen wurden mit der neuen Systemform durchgeführt, wie sie von K. Diebner[1]) beschrieben wird. Der Flügel aus 5-μ-Platinfolie hatte die Form eines gleichschenkligen Dreiecks mit 4 mm Grundlinie und 4 mm Höhe, der Spiegeldurchmesser betrug 1,5 mm. An Stelle des 4-μ-Wollastonfadens von etwa 60 mm Länge trat ein 20–25 mm langer 3-μ-Faden, der etwa dieselbe Richtkraft besitzt. Die Spannung an den Duanten war $\pm$ 30 Volt.

1) Zeitschr. f. Phys. **85**, 373, 1933.

Das Diagramm in Fig. 4 zeigt die Empfindlichkeit in Elementarquanten pro Millimeter an verschiedenen Punkten einer 20 cm langen Skala bei verschiedenen Abständen zwischen System und Duanten. Der Abstand in mm ist an jede Kurve angeschrieben. Man erkennt, daß mit zunehmendem Abstande die Ladungsempfindlichkeit ansteigt. Man hat es also durch einfaches Verstellen der Duantenhöhe in der Hand, die Empfindlichkeit bei konstanter Hilfsspannung in weiten Grenzen zu ändern. Da die Höhenverstellung mittels des seitlichen Triebknopfes sehr bequem auszuführen ist, ist es einfach und wenig zeitraubend, die Höchstempfindlichkeit des Instrumentes zu erreichen.

Wieweit sich eine einmal eingestellte Empfindlichkeit reproduzieren läßt, zeigen die durch Kreise angedeuteten Meßpunkte in der Kurve mit dem größten Abstande von 0,92 mm. Sie wurden dadurch erhalten, daß sämtliche Kurven nacheinander durch fortwährendes Verkleinern des Abstandes durchgemessen wurden und danach wieder auf den vorherigen Stand von 0,92 mm eingestellt wurde. Man sieht, daß wieder genau die gleiche Empfindlichkeit erhalten wurde, es ist nur die Skala etwas seitlich verschoben. Der Beweis für das geforderte exakte Arbeiten der Duantenverschiebung ist also erbracht.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß durch die Neukonstruktion des Vakuumduantenelektrometers die Nachteile technischer Natur, welche dem alten Instrument anhafteten und das Arbeiten mit ihm erschwerten, beseitigt sind, während seine Vorzüge, die vor allem in der hohen Ladungsempfindlichkeit und der Möglichkeit, sehr sauber zu messen, liegen, in vollem Umfange erhalten geblieben sind.

Halle a. d. S., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. November 1935.)

ZUSCHRIFTEN.

Nachweis von Schwankungen der astronomischen Tageslänge mittels Quarzuhren.

Von A. Scheibe und U. Adelsberger.

Der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt stehen zur Durchführung von Zeitmessungen seit Februar 1932 zwei, seit Juni 1933 vier Quarzuhren zur Verfügung. Bereits im Frühjahr 1933 zeigten die beiden in jeder Beziehung gleichgebauten Uhren I und II erhebliche Gangänderungen, die bei beiden Uhren ziemlich gleich groß waren, aber über das Maß der gegenseitigen Schwankungen der beiden Uhrgänge weithinaus gingen. Wir konnten uns trotz der durch diesen Befund gegebenen naheliegenden Deutung, daß diese Gangänderung durch eine Schwankung in der astronomischen Tageslänge vorgetäuscht sei, nicht zu einer Veröffentlichung dieser Ergebnisse entschließen, da uns noch nicht genügend experimentell geklärt schien, ob nicht doch bei den Uhren selbst die Ursache der Gangänderung zu suchen sei.

Im Verlauf des Juni 1934 trat bei den Quarzuhren I und II und bei der völlig anders gebauten Quarzuhr III wiederum eine für die drei Uhren bis auf wenige Zehntausendstel Sekunden gleiche Gangänderung von insgesamt 0,004 sec auf. Eine ausführliche Diskussion des Verhaltens der Quarzuhren vor und nach diesem Termin zeigt, daß diese Gangänderung mit höchster Wahrscheinlichkeit nicht den Quarzuhren, sondern der astronomischen Tageslänge zur Last zu legen ist.

Der Beweis hierfür ist deshalb zwingend, weil für die Messungen zwei Uhrentypen zur Verfügung standen, die in ganz verschiedener Weise durch äußere Einwirkungen thermischer und elektrischer Art beeinflußt werden. Mit einer einzigen Uhrentype ist dieser Beweis zur Zeit, wie unsere Versuche lehren, noch nicht zu führen.

Durch unsere mehrjährigen Versuche dürfte zum erstenmal der Nachweis einer Inkonstanz der astronomischen Tageslänge erbracht sein, die wohl auf Änderungen der Rotationsgeschwindigkeit der Erde zurückzuführen ist.

Eine ausführliche Veröffentlichung erscheint in Kürze in dieser Zeitschrift.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

(Eingegangen 12. Dezember 1935.)

Bekanntmachung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt betreffend den Termin der Einführung der absoluten elektrischen Einheiten.

Das exekutive Organ der Internationalen Meterkonvention, die Generalkonferenz für Maß und Gewicht, hat auf Vorschlag des ihm unterstellten Komitees für Maß und Gewicht im Jahre 1933 beschlossen, an Stelle des bisher allgemein benutzten Systems der Internationalen elektrischen Einheiten das absolute elektrische Maßsystem einzuführen, und gleichzeitig das Komitee für Maß und Gewicht ermächtigt, den Termin der Einführung der neuen Einheiten zu einem geeigneten Zeitpunkt festzusetzen.

Die Beschlüsse der Generalkonferenz sind für alle Staaten, die der Meterkonvention beigetreten sind, zu denen auch Deutschland gehört, bindend. Auf Ersuchen des Komitees für Maß und Gewicht werden daher folgende Beschlüsse dieses Komitees bekanntgegeben.

Bekanntmachung

eines vom Internationalen Komitee für Maß und Gewicht in der Sitzung vom 8. Oktober 1935 gefaßten Beschlusses.

1. In Ausübung der von der Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahre 1933 dem Internationalen Komitee für Maß und Gewicht erteilten Ermächtigung und Verantwortlichkeit hat das letztere beschlossen, daß die endgültige Ersetzung des Systems der internationalen elektrischen Einheiten durch das absolute System der elektrischen Einheiten am 1. Januar 1940 in Kraft treten wird.
2. Unter Mitwirkung der Physikalischen Staatsinstitute beschäftigt sich das Komitee aktiv mit der Festsetzung der Beziehungen zwischen den internationalen Einheiten und den entsprechenden praktischen absoluten Einheiten.
3. Das Komitee betont, daß es keineswegs erforderlich ist, daß irgendeines der vorhandenen elektrischen Normale (Etalons) zum Zweck der Anpassung seiner Größe an die neuen Einheiten abgeändert oder modifiziert wird. Für die meisten Anwendungen der Ingenieurtechnik befinden sich die alten Werte der Internationalen Normalen (Etalons) in hinreichender Übereinstimmung mit den neuen Werten, so daß keinerlei Änderung, auch nicht des zahlenmäßigen Wertes, vorgenommen zu werden braucht. Für besondere Zwecke, die größere Genauigkeit erfordern, genügt stets die Anbringung von zahlenmäßigen Faktoren.
4. In der folgenden Tabelle wird ein vorläufiges Verzeichnis der Beziehungen zwischen den internationalen und den entsprechenden praktischen absoluten Einheiten mitgeteilt, das bis zur vierten Dezimalen reicht. In Berücksichtigung der Tatsache, daß zwischen den in den verschiedenen Staatsinstituten aufbewahrten Normalen (Etalons) Abweichungen bestehen, welche die fünfte Dezimale erreichen, und mehr noch, weil alle Laboratorien bei den von ihnen unternommenen Bestimmungen der Werte ihrer Normalen (Etalons) im absoluten Maße noch keine endgültigen Ergebnisse erzielt haben, hält es das Komitee zur Zeit nicht für wünschenswert, eine höhere Genauigkeit anzustreben. Gleichwohl hofft das Komitee, daß es längere Zeit vor dem für die Ersetzung des internationalen Systems durch das praktische absolute System festgesetzten Termin in der Lage sein wird, die Tabelle dieser Verhältniszahlen bis etwa zur fünften Dezimale zu erweitern.

1 internat. Ampere	= 0,9999	absolute Ampere,
1 internat. Coulomb	= 0,9999	absolute Coulomb,
1 internat. Ohm	= 1,0005	absolute Ohm,
1 internat. Volt	= 1,0004	absolute Volt,
1 internat. Henry	= 1,0005	absolute Henry,
1 internat. Farad	= 0,9995	absolute Farad,
1 internat. Weber	= 1,0004	absolute Weber[1]),
1 internat. Watt	= 1,0003	absolute Watt.

[1]) Die Internationale Elektrotechnische Kommission empfiehlt den Namen Weber für die Einheit des magnetischen Flusses (Volt × Sekunden) im MKS-System.

Der Präsident der
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.
Stark.

(Eingegangen 30. November 1935.)

BESPRECHUNGEN.

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten.

A. Berr, Größenordnungen des Lebens. Studien über das absolute Maß im biologischen Geschehen. 8°. 106 S. Mit 17 Abb. München 1935. R. Oldenbourg. Brosch. RM 3.—.

Warum springt ein Pferd, gemessen an seiner eigenen Länge, nicht so weit wie ein Heuhupfer? Weil bei gleicher Leistungsfähigkeit der Muskeln die Kraft zur Muskelmasse proportional ist und daher bei Vermehrung der Muskelmasse um einen bestimmten Faktor nur entweder die Beschleunigung oder die beschleunigte Masse um denselben Faktor vermehrt werden kann. Das Pferd leistet also im Vergleich mit seinen Hilfsmitteln bereits ebensoviel wie der Heuhupfer, wenn es im absoluten Maß gleichweit springt. Es scheint also eine Schranke der Tiergröße zu geben, oberhalb welcher das Verhältnis der Beweglichkeit zur Körpergröße unökonomisch klein wird. Entsprechende Betrachtungen lassen sich für das statische Problem der Baufestigkeit des tierischen und pflanzlichen Körpers anstellen. Der Verfasser verfolgt diesen Gedankengang durch zahlreiche Beispiele hindurch. Z. B. führt er den Untergang der Saurier auf ihre unökonomische Größe zurück. So ist das Buch zumal für den Physiker eine anregende Lektüre. Leser, die an den Fragen selbst weiterdenken wollen, würden freilich noch besser auf ihre Kosten kommen, wenn nicht der in grammatischer wie logischer Hinsicht telegrammartig andeutende Stil des Verfassers manchmal die Unterscheidung zwischen einem bloßen Einfall und einer beweisbaren Behauptung erschwerte. Man wüßte gerne, wie ein Satz konkret begründet werden kann von der Art des folgenden: „Bei der tatsächlichen, absoluten Größe des Durchschnittsmenschen ist beispielsweise der Goldene Schnitt für viele Beziehungen die angebrachte oder ideale relative Maßeinheit; für Liliputaner oder menschliche Riesen wäre er nicht der Lebensharmonie und -dynamik entsprechend" (S. 47). Wenn der Verfasser aber nur die bescheidenere Absicht hatte, auf die Fruchtbarkeit seiner Gedankenrichtung in leichtverständlicher Weise aufmerksam zu machen, so ist ihm das jedenfalls gut gelungen.

C. F. v. Weizsäcker.

Hans Gebelein, Turbulenz. Physikalische Statistik und Hydrodynamik. Gr.-8°. VIII u. 177 S. Mit 40 Textabbildungen. Berlin 1935. Julius Springer. Brosch. RM 12.50, geb. RM 14.—.

Die Erfolglosigkeit aller bisherigen Versuche, die Erscheinung der turbulenten Flüssigkeitsbewegung theoretisch so zu erfassen, daß die Beobachtungsergebnisse wirklich in die Theorie eingeordnet werden können, scheint im wesentlichen

darin begründet zu sein, daß die Hilfsmittel der klassischen Hydrodynamik im Grunde nur auf die laminare Bewegungsform „zugeschnitten" sind und daß die Erweiterung des Ansatzes durch Hinzunahme von kleinen Schwingungen vielleicht mehr einen künstlichen Versuch darstellt, eine Erscheinung auf eine vorgefaßte Hypothese zu reduzieren als sie in ihrer natürlichen Eigenart grundlegend zu begreifen. Da die Turbulenz kein eindeutiger Bewegungszustand mehr ist, sondern eine Massen- oder Kollektiverscheinung mit scheinbar regellosen Wiederholungsvorgängen, die nur in ihren mittleren Ergebnissen sinnlich zutage treten, so scheint es geboten, mit den Mitteln der Wahrscheinlichkeitsrechnung ihre theoretische Grundlegung zu versuchen. Was bisher in dieser Richtung geleistet wurde, kommt über den ersten tastenden Versuch kaum hinaus. Es ist daher ein wagemutiges Unternehmen, wenn der noch junge Verfasser eine statistische Neubegründung der Hydrodynamik in Angriff nimmt mit dem Anspruch, auch den Beobachtungserscheinungen und Messungsergebnissen in weitgehendem Maße gerecht zu werden. Zur Erleichterung der Lektüre hat der Verfasser zunächst die Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung, insbesondere die Grundoperationen der Auswahl, Mischung, Teilung und Verbindung in einer gut lesbaren Form selbst entwickelt, um dann im zweiten Abschnitt die Grenzen der klassischen Mechanik gegenüber der physikalischen Statistik darzulegen. Eine eingehende Betrachtung der Naturvorgänge zeigt, daß nur ein Teil sich dem Formsystem der klassischen Mechanik anpassen läßt, während für andere Vorgänge der Zustand in einem bestimmten Augenblick nicht eindeutig aus dem Zustand im vorhergehenden Augenblick folgt, daß vielmehr eine Wahrscheinlichkeitsaussage für die Veränderungen in einem betrachteten Zeitintervall herangezogen werden muß oder daß die Übergangswahrscheinlichkeit zum mindesten vom Ausgangszustand, dem Zeitpunkt und der Dauer des Überganges abhängt. Als mathematische Grundlage wird die Misessche Theorie der physikalischen Übergangswahrscheinlichkeit und ihre Erweiterung durch Kolmogoroff benutzt, der mit nichtkontinuierlichem Phasenraum, aber mit kontinuierlicher Zeit rechnet und ein System von gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen aufstellt, die formal die hydrodynamischen Grundgleichungen umfassen. Bei der weiteren Verarbeitung treten leider einige Unklarheiten zutage, die zum mindesten dem Mathematiker Sorgen bereiten. So kann es Befremden erregen, daß eine physikalische Größe, etwa die Komponenten des Ortsvektors, einer Wahrscheinlichkeit proportional gesetzt wird mit einem vom Orte abhängigen Proportionalitätsfaktor. Die Folge ist, daß die Gleichung (14) auf S. 52, die als Grundlage der Untersuchung dient, insbesondere die Annahme für die auftretenden Größen b_{ik} nicht vollständig motiviert erscheint. Es muß ferner noch geprüft werden, ob die vom Verfasser gemachten Annahmen nicht mit den Voraussetzungen der Kolmogoroffschen Theorie im Widerspruch stehen. Erst wenn diese Dinge vollständig geklärt sind, kann auch die gelegentlich verblüffende Übereinstimmung mit den Resultaten der Messung nachgeprüft werden. Nach Ansicht des Referenten, der übrigens die mathematischen Grundlagen nicht vollständig zu beurteilen vermag, stecken in der Gebeleinschen Arbeit, die übrigens ein typisches Jugendwerk darstellt, eine große Fülle von Gedanken und Ideen, die aber noch nicht endgültig in eine widerspruchsfreie mathematische Form übersetzt worden sind. Wenn der Verfasser mit der Veröffentlichung noch einige Jahre gewartet und inzwischen kühl und kritisch bis ins einzelne hinein seine Ansätze überarbeitet hätte, so würde er vielleicht seine Ansprüche stark eingeschränkt, aber doch einen Teil der angestrebten Theorie zu einem gewissen Abschluß gebracht haben. Wilhelm Müller.

R. Rothe, Höhere Mathematik, Teil III. Raumkurven und Flächen; Linienintegrale und mehrfache Integrale; gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen. (Teubners mathematische Leitfäden, Band 23). 8°. IX u. 238 S. Mit 170 Figuren. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1935. Kart. RM 6,60.

Mit dem Erscheinen dieses dritten Teiles ist das Werk (bis auf die vier letzten, in Vorbereitung befindlichen Aufgabenbändchen) vollständig. Auch dieser Teil besitzt alle Vorzüge der schon früher erschienenen und an dieser Stelle besprochenen: Eine Fülle von Stoff auf verhältnismäßig geringem Raume in ausgezeichneter Darstellung. Der Inhalt ist im wesentlichen bereits aus dem Titel ersichtlich. Überall wird auf Anwendungen eingegangen. Zugleich finden sich zahlreiche Hinweise auf theoretisch tiefer liegende Fragen. Fast 100 Aufgaben geben dem Leser Gelegenheit, das Erlernte sich durch eigene Bemühung zum wirklichen Besitz zu machen. Das ganze Werk dürfte in seiner Art für den Physiker eines der bestgeeignetsten sein, um mit dem Wichtigsten aus der höheren Mathematik vertraut zu werden. Haupt.

Nachrichten.

Ernannt: Der ord. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Walter Weizel zum kommissarischen ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Bonn, der ord. Professor für Physikalische Chemie an der Technischen Hochschule Warschau Dr. W. Swietoslawski zum Unterrichtsminister für Polen.

Gestorben: Der emer. ord. Professor der mathematischen Analyse an Stockholms Högskola Dr. Ivar Bendixson, der ord. Professor für angewandte physikalische Chemie an der Universität Kiel Dr. med. Heinrich Schade, der frühere ord. Professor der Mathematik an der Universität Münster Geh. Regierungsrat Dr. Reinhold von Lilienthal.

Gesuche.

Physikerin

mit Staatsexamen, Kenntnissen in Englisch, Französisch, Maschinenschreiben und Stenographie sucht Stellung als wissenschaftliche Sekretärin, technische Assistentin oder dgl.

Angebote unter S. H. 58 an den Verlag dieser Zeitschr.

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Leipzig. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — DA. III. Vj. 1935: 1400. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany.